目 錄

答案及題解

單元 1 有理數及無理數

1. A	2. D	3. D	4. D	5. B	6. C	7. A	8. A
9. B	10. A	11. C	12. A	13. C	14. B	15. B	16. B
17. D	18. A	19. C	20. D	21. D	22. D	23. A	24. C
25. A	26. B	27. B	28. A	29. B	30. C	31. A	32. D
33. B	34. D	35. C	36. D	37. A	38. C	39. B	40. C
41. B	42. D	43. C	44. B	45. A	46. A	47. D	48. C
49. C	50. B	51. A	52. B	53. A	54. D	55. C	56. A
57. A	58. C	59. A					

題解

6. $$\begin{array}{r} 0.35999\ldots \\ -\,0.19999\ldots \\ \hline 0.16 \end{array}$$

$\therefore\ 0.35\dot{9} - 0.1\dot{9} = 0.16 = \dfrac{4}{25}$

7. I. $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$（有理數），$\therefore$ 正確。

II. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$（無理數），$\therefore$ 不正確。

III. π^2 是無理數，$\therefore$ 不正確。

$\therefore$ 答案是 A。

21. $\sqrt{0.0343} = \sqrt{\dfrac{343}{10000}} = \dfrac{7\sqrt{7}}{100} = \dfrac{7p}{100}$

40. $\sqrt{18}x = 1,\ 3\sqrt{2}x = 1,\ x = \dfrac{1}{3\sqrt{2}},\ \therefore\ x = \dfrac{\sqrt{2}}{6}$

42. $(\sqrt{7}+3)y = 2,\ y = \dfrac{2}{\sqrt{7}+3},\ y = \dfrac{2(\sqrt{7}-3)}{7-9},$

$\therefore\ y = -(\sqrt{7}-3) = 3 - \sqrt{7}$

43. I. $m + n = \dfrac{\sqrt{5}-6}{2} + \dfrac{\sqrt{5}+6}{2} = \dfrac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$（無理數）

II. $m^2 + n^2 = (\dfrac{\sqrt{5}-6}{2})^2 + (\dfrac{\sqrt{5}+6}{2})^2$

$= \dfrac{5 - 12\sqrt{5} + 36 + 5 + 12\sqrt{5} + 36}{4} = \dfrac{41}{2}$（有理數）

III. $mn=(\frac{\sqrt{5}-6}{2})(\frac{\sqrt{5}+6}{2})=\frac{5-36}{4}=-\frac{31}{4}$（有理數）

$\therefore$ 答案是 C。

44. $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{14}(\sqrt{2}-\sqrt{7})}{2-7}=\frac{\sqrt{28}-\sqrt{98}}{-5}=\frac{7\sqrt{2}-2\sqrt{7}}{5}$

45. $\frac{6}{3\sqrt{5}-5\sqrt{3}}=\frac{6(3\sqrt{5}+5\sqrt{3})}{45-75}=\frac{6(3\sqrt{5}+5\sqrt{3})}{-30}=-\frac{3\sqrt{5}+5\sqrt{3}}{5}$

46. $\frac{\sqrt{6}+1}{7-3\sqrt{6}}=\frac{(\sqrt{6}+1)(7+3\sqrt{6})}{49-54}=\frac{10\sqrt{6}+25}{-5}=-2\sqrt{6}-5$

47. $0.\dot{5}=\frac{5}{9}$，$0.\dot{1}\dot{5}=\frac{5}{33}$，$\therefore$ $0.\dot{5}+0.\dot{1}\dot{5}=\frac{5}{9}+\frac{5}{33}=\frac{70}{99}$

48. A. $\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$（有理數）

B. $\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$（有理數）

D. $\frac{0}{\sqrt{5}}=0$（有理數）

$\therefore$ 答案是 C。

51. $\sqrt{24}=n$，$2\sqrt{2}\times\sqrt{3}=n$，$2m\sqrt{2}=n$，$\therefore$ $\sqrt{2}=\frac{n}{2m}$

52. $x=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$，$y=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$，$\therefore$ $\sqrt{5}=\frac{x}{3}=\frac{y}{4}$，$\therefore$ $y=\frac{4x}{3}$

53. $(\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}})^2-(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}})^2=(a-2+\frac{1}{a})-(a+2+\frac{1}{a})=-4$

54. $y-\frac{1}{y}=2\sqrt{6}$，$(y-\frac{1}{y})^2=(2\sqrt{6})^2$，$y^2-2+\frac{1}{y^2}=24$，

$\therefore$ $y^2+\frac{1}{y^2}=26$

55. $\frac{a-3\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}}=\frac{(a-3\sqrt{a})(a-\sqrt{a})}{a^2-a}=\frac{a^2-4a\sqrt{a}+3a}{a(a-1)}=\frac{a-4\sqrt{a}+3}{a-1}$

56. $\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{6}=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}=\frac{3x+y}{6}$

57. $\frac{\sqrt{15}+4}{\sqrt{15}-4}-\frac{\sqrt{15}-4}{\sqrt{15}+4}=\frac{(\sqrt{15}+4)^2-(\sqrt{15}-4)^2}{15-16}$

$=(\sqrt{15}-4)^2-(\sqrt{15}+4)^2=(15-8\sqrt{15}+16)-(15+8\sqrt{15}+16)$

$=-16\sqrt{15}$

58. $a=\frac{1}{3-\sqrt{10}}=\frac{3+\sqrt{10}}{9-10}=-(3+\sqrt{10})$,

$b=\frac{1}{3+\sqrt{10}}=\frac{3-\sqrt{10}}{9-10}=\sqrt{10}-3$

I. $a-b=-(3+\sqrt{10})-(\sqrt{10}-3)=-2\sqrt{10}$（無理數）

II. $a+b=-(3+\sqrt{10})+(\sqrt{10}-3)=-6$（有理數）

III. $ab=-(3+\sqrt{10})(\sqrt{10}-3)=-(10-9)=-1$（有理數）

IV. $\frac{a}{b}=\frac{-(3+\sqrt{10})}{\sqrt{10}-3}=\frac{-(3+\sqrt{10})^2}{10-9}=-(19+6\sqrt{10})$（無理數）

$\therefore$ 答案是 C。

59. $(\sqrt{7-3\sqrt{5}})(\sqrt{7+3\sqrt{5}})=\sqrt{(7-3\sqrt{5})(7+3\sqrt{5})}=\sqrt{49-45}=2$

單元 2 指數定律 (2)

1. B	2. B	3. D	4. C	5. C	6. A	7. D	8. A
9. D	10. B	11. B	12. C	13. A	14. C	15. B	16. A
17. C	18. D	19. C	20. D	21. C	22. B	23. A	24. B
25. D	26. A	27. C	28. B	29. D	30. D	31. B	32. C
33. A	34. D	35. A	36. D	37. C	38. B	39. C	40. B
41. B	42. B	43. D	44. A	45. B	46. A	47. C	48. B
49. C	50. D	51. A	52. D	53. B	54. B	55. C	56. A
57. B	58. C	59. C	60. A	61. D	62. A	63. C	64. D
65. D	66. B	67. A	68. C	69. D	70. C	71. B	72. A
73. B	74. A	75. B	76. C	77. D	78. A	79. C	

題解

11. $=[-(a^{-1})^{-2}]^{-3}=(-a^2)^{-3}=-a^{-6}=-\frac{1}{a^6}$

12. $=\frac{(2^3)^{-3}}{(2^2)^6}\times\frac{2^7}{(2^5)^{-1}}=\frac{2^{-9}}{2^{12}}\times\frac{2^7}{2^{-5}}=2^{-9}$

15. $=6x^{-3}y^2\times(2x^{-1}y^2)=12x^{-4}y^4=\frac{12y^4}{x^4}$

19. $=(a^{-5}b)^2(ab^{-1})^{-4}=(a^{-10}b^2)(a^{-4}b^4)=a^{-14}b^6=\frac{b^6}{a^{14}}$

20. $=(\frac{1}{m}-\frac{1}{n})^{-1}=(\frac{n-m}{mn})^{-1}=\frac{mn}{n-m}$

27. $27^x=(3^3)^x=(3^x)^3=y^3$

28. $4^{x+2}=4^x\cdot 4^2=16y$

29. $=4\cdot 2^x=2^2\cdot 2^x=2^{x+2}$

32. $5^{2x+1}=5^{2x}\cdot 5=(5^x)^2\cdot 5=5y^2$

34. $=\dfrac{3^{2n-1}\cdot 3^{3n+3}}{3^{6n}}=3^{2-n}$

35. $=\dfrac{3^{n+2}\cdot 5^{n+2}}{3^{n+1}\cdot 5^{n-1}}=3\cdot 5^3$

45. $49\cdot 7^{4y-1}=(2006y)^0$， $7^2\cdot 7^{4y-1}=1$， $7^{4y+1}=7^0$， $4y+1=0$，

$\therefore\ y=-\dfrac{1}{4}$

46. $32^m\cdot 8^{m+2}=\dfrac{1}{16}$， $2^{5m}\cdot 2^{3m+6}=2^{-4}$， $8m+6=-4$， $\therefore m=-\dfrac{5}{4}$

49. $2^{n+2}-2^n=48$， $2^n(2^2-1)=48$， $2^n=16$， $\therefore\ n=4$

50. $10^{k-2}-10^{k+1}+999=0$， $10^k(10^{-2}-10)=-999$， $10^k(-\dfrac{999}{100})=-999$，

$10^k=100$， $\therefore\ k=2$

61. $a^2=2^{-1}$， $(a^2)^{-3}=(2^{-1})^{-3}$， $\therefore a^{-6}=2^3=8$

62. $4a=3b=y$, $\therefore\ a=\dfrac{y}{4}$ 和 $b=\dfrac{y}{3}$,

$\therefore\ a^{-2}b^3=(\dfrac{y}{4})^{-2}(\dfrac{y}{3})^3=(\dfrac{16}{y^2})(\dfrac{y^3}{27})=\dfrac{16y}{27}$

63. $=1\div(\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b})=1\div\dfrac{2b+a}{ab}=\dfrac{ab}{a+2b}$

64. $=(x+y)\div(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{y^2})=(x+y)\div\dfrac{y^2-x^2}{x^2y^2}=(x+y)\times\dfrac{x^2y^2}{(y-x)(y+x)}$

$=\dfrac{x^2y^2}{y-x}$

65. $x-\dfrac{1}{x}=3$， $(x-\dfrac{1}{x})^2=3^2$， $x^2-2+\dfrac{1}{x^2}=9$， $\therefore x^2+\dfrac{1}{x^2}=11$

68. $=4^{n-1}(3\cdot 4^2-5)=43\cdot 4^{n-1}$

69. $=3^{2n-2}+3^{2n}=3^{2n-2}(1+3^2)=10\cdot 3^{2n-2}$

70. $=\dfrac{3^n(7+6\cdot 3)}{3^n\cdot 3^{-2}}=25\cdot 3^2=225$

71. $=\dfrac{4\cdot 5^{2n-2}-6\cdot 5^{2n-1}}{5^{2n}+5^{2n}}=\dfrac{5^{2n-2}(4-6\cdot 5)}{2\cdot 5^{2n}}=\dfrac{5^{-2}(-26)}{2}=-\dfrac{13}{25}$

73. $5^k+5^{k-1}=0.24$， $5^k(1+5^{-1})=\dfrac{6}{25}$， $5^k(\dfrac{6}{5})=\dfrac{6}{25}$， $5^k=\dfrac{1}{5}$，

$\therefore\ k=-1$

74. $5\cdot 3^{y-1}+3^{y+2}-\frac{6^{-2}}{2^{-7}}=0$，$3^{y}(5\cdot 3^{-1}+3^{2})=\frac{6^{-2}}{2^{-7}}$，$3^{y}(\frac{32}{3})=\frac{2^{7}}{6^{2}}$，

$3^{y}=\frac{2^{7}}{2^{2}\cdot 3^{2}}\times\frac{3}{2^{5}}=\frac{1}{3}$，$\therefore y=-1$

75. $9^{x+1}=16$，$3^{2x+2}=16$，$3^{2x}\cdot 3^{2}=16$，$(3^{x})^{2}=\frac{16}{9}$，$\therefore 3^{x}=\frac{4}{3}$

76. $4^{2x}\cdot 2^{3y-5}=1$，$2^{4x}\cdot 2^{3y-5}=2^{0}$，$4x+3y-5=0$ ......(1)；

$3^{2x}\cdot 9^{y-1}=27$，$3^{2x}\cdot 3^{2y-2}=3^{3}$，$2x+2y-2=3$ ......(2)；

解 (1) 和 (2)，我們得 $x=-2.5$，$y=5$ 。

77. $=(\frac{1}{x}-\frac{1}{y})^{-2}=(\frac{y-x}{xy})^{-2}=\frac{x^{2}y^{2}}{(y-x)^{2}}=\frac{x^{2}y^{2}}{(x-y)^{2}}$

單元 3　記數系統

1. B	2. B	3. A	4. C	5. C	6. B	7. D	8. A
9. B	10. A	11. A	12. C	13. C	14. D	15. D	16. B
17. A	18. D	19. B	20. A	21. D	22. C	23. B	24. B
25. B	26. A	27. C	28. D	29. A	30. C	31. B	32. A
33. B	34. A	35. D	36. A	37. C	38. D	39. B	40. B
41. C	42. D	43. A	44. B				

題解

42. $A9_{16}=10\times 16+9\times 1=169_{10}$，

把 169_{10} 不斷除以 2，$169_{10}=10101001_{2}$，$\therefore$ $A9_{16}=10101001_{2}$

43. $1101100_{2}=1\times 2^{6}+1\times 2^{5}+0\times 2^{4}+1\times 2^{3}+1\times 2^{2}+0\times 2+0\times 1$

$=108_{10}$，把 108_{10} 不斷除以 2，$108_{10}=6C_{16}$，$\therefore$ $1101100_{2}=6C_{16}$

44. 相差 $=(10b+a)-(10a+b)=9b-9a$

單元 4　簡易多項式的因式分解 (3)

1. D	2. A	3. A	4. C	5. D	6. B	7. C	8. D
9. B	10. C	11. C	12. D	13. B	14. A	15. C	16. B
17. A	18. D	19. B	20. A	21. C	22. D	23. B	24. D
25. A	26. B	27. D	28. C	29. C	30. C	31. A	32. B
33. C	34. A	35. D	36. A	37. C	38. A	39. D	40. C
41. C	42. D	43. A	44. B	45. C	46. D	47. B	48. B
49. B	50. A	51. C	52. A	53. A	54. D	55. C	

題解

1. ∵ x 的係數 = – b（負數）
和常數項 = c（正數），
∴ 我們得 $(x-p)(x-q) = x^2 - px - qx + pq = x^2 - (p+q)x + pq$

2. ∵ 常數項 = pq = – c（負數），
∴ p 或 q 是負數，即 I 及 II 不一定正確。
∵ x 的係數 = $p+q = b$（正數），
∴ $p+q>0$，即 III 是正確的。
∴ 答案是 B。

9. A. $x^2+17x+60=(x+12)(x+5)$；
B. $x^2-17x-60=(x-20)(x+3)$；
C. $x^2+17x-60=(x+20)(x-3)$；
D. $x^2-17x+60=(x-12)(x-5)$

11. I. $10y^2-y-2=(5y+2)(2y-1)$；
II. $2-y-10y^2=(2-5y)(1+2y)$；
III. $10y^2-9y+2=2-9y+10y^2=(2-5y)(1-2y)$；
∴ 答案是 C。

14. $x^4-5x^2-36=(x^2-9)(x^2+4)=(x+3)(x-3)(x^2+4)$

15. $12k(k+1)-5(k+2)=12k^2+7k-10=(4k+5)(3k-2)$

16. $(7t+3)(2t+1)-15=14t^2+7t+6t+3-15=14t^2+13t-12$
$=(2t+3)(7t-4)$

21. A. $6x^2+x-7=(6x+7)(x-1)$；
B. $6x^2+11x-7=(2x-1)(3x+7)$；
D. $6x^2+19x-7=(2x+7)(3x-1)$；
∴ 答案是 C。

22. I. $5a^2-3a+1-3=5a^2-3a-2=(5a+2)(a-1)$；
II. $5a^2-3a+1-3a=5a^2-6a+1=(5a-1)(a-1)$；
III. $5a^2-3a+1-3a^2=2a^2-3a+1=(2a-1)(a-1)$；
∴ 答案是 D。

29. $x^6-64=(x^3+8)(x^3-8)=(x+2)(x^2-2x+4)(x-2)(x^2+2x+4)$
∵ $(x-2)(x+2)=x^2-4$，∴ 答案是 C。

30. A. $a^6-1=(a^3+1)(a^3-1)=(a+1)(a^2-a+1)(a-1)(a^2+a+1)$；
B. $a^4-1=(a^2+1)(a^2-1)=(a^2+1)(a+1)(a-1)$；
C. $a^3-1=(a-1)(a^2+a+1)$；
D. $a^2-1=(a+1)(a-1)$

31. $=(2k+3)^3+5^3=(2k+3+5)[(2k+3)^2-(2k+3)(5)+5^2]$
$=(2k+8)(4k^2+12k+9-10k-15+25)=2(k+4)(4k^2+2k+19)$

32. $= 1+(2m-2)^3 = (1+2m-2)[1-(2m-2)+(2m-2)^2]$
$= (2m-1)(1-2m+2+4m^2-8m+4) = (2m-1)(4m^2-10+7)$
33. $= 3^3-(2y+1)^3 = (3-2y-1)[3^2+3(2y+1)+(2y+1)^2]$
$= (2-2y)(9+6y+3+4y^2+4y+1) = 2(1-y)(4y^2+10y+13)$
36. $x^4-3x^2-4=(x^2-4)(x^2+1)=(x+2)(x-2)(x^2+1)$
37. $y^4-10y^2+9=(y^2-9)(y^2-1)=(y+3)(y-3)(y+1)(y-1)$
38. $a^6+5a^3-24=\underline{(a^3+8)}(a^3-3)=(a+2)\underline{(a^2-2a+4)}\underline{(a^3-3)}$
39. $x^6-1=(x^3+1)(x^3-1)=(x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)$
or $x^6-1=(x^2)^3-1=(x^2-1)(x^4+x^2+1)=(x+1)(x-1)(x^4+x^2+1)$
∴ 答案是 D。
40. $=1+(y^3)^3=(1+y^3)(1-y^3+y^6)=(1+y)(1-y+y^2)(1-y^3+y^6)$
41. $=x^3(x+1)-(x+1)=(x+1)(x^3-1)=(x+1)(x-1)(x^2+x+1)$
42. $=a(a^3-b^3)-b(a^3-b^3)=(a^3-b^3)(a-b)=(a-b)^2(a^2+ab+b^2)$
43. $=8x^3(4x^2-1)+(4x^2-1)=(4x^2-1)(8x^3+1)$
$=(2x+1)(2x-1)(2x+1)(4x^2-2x+1)$
$=(2x+1)^2(2x-1)(4x^2-2x+1)$
46. $=\frac{1}{(y+3)(y-2)}+\frac{1}{(y+3)(y+8)} = \frac{y+8+y-2}{(y+3)(y-2)(y+8)}$
$=\frac{2(y+3)}{(y+3)(y-2)(y+8)} = \frac{2}{(y-2)(y+8)}$
47. $=\frac{1}{(4-m)(1-m)}+\frac{2}{(4-m)(2+m)} = \frac{2+m+2(1-m)}{(4-m)(1-m)(2+m)}$
$=\frac{4-m}{(4-m)(1-m)(2+m)} = \frac{1}{(1-m)(2+m)}$
48. $y^3+\frac{1}{y^3}=(y+\frac{1}{y})(y^2-1+\frac{1}{y^2})=5(23-1)=110$
49. $a+b=2,\ (a+b)^2=4,\ a^2+2ab+b^2=4,\ 2ab=4-8,$
∴ $ab=-2$; ∴ $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)=2[8-(-2)]=20$
50. 面積 $= 56+10x-x^2=(4+x)(14-x)$,
∴ 周界 $= 2[(4+x)+(14-x)] = 36$ cm
51. $x^2+24x+80=(x+20)(x+4)$; $x+4=9, x=5$;
∴ 大數 $= 5+20 = 25$
52. $=m^4+n^4+m^3n+mn^3 = m^3(m+n)+n^3(m+n) = (m+n)(m^3+n^3)$
$=(m+n)^2(m^2-mn+n^2)$
53. $=[(a^2-2a)+1]^2=[(a-1)^2]^2=(a-1)^4$
54. $=[(x^2+3x)+2][(x^2+3x)-10]=(x+1)(x+2)(x+5)(x-2)$

55. $=(x^2+4x+4)-(y^2-2y+1)=(x+2)^2-(y-1)^2$
$=[(x+2)+(y-1)][(x+2)-(y-1)]=(x+y+1)(x-y+3)$

單元 5　一元一次不等式

1. D	2. A	3. D	4. D	5. B	6. A	7. D	8. D
9. A	10. C	11.C	12. B	13. B	14. A	15. C	16. B
17. A	18. A	19. D	20. C	21. A	22. D	23. D	24. B
25. C	26. A	27. B	28. B	29. A	30. D	31. C	32. B
33. B	34. D	35. D	36. A	37. B	38. B	39.A	40. C
41. D	42.D	43. C	44. B	45. C	46. B	47. A	48. A
49. B	50. A	51. C	52. D	53. A	54. D	55. A	56. C
57.C	58. D	59. C	60. C	61. C	62. D	63. C	64. C
65. B	66. D	67. B	68. D				

題解

9. $x=-1$, $y=-3$, $z=-9$,
$\because$ $-1-(-3)=2<6=-3-(-9)$, $\therefore$ II 是不正確的。
$\because$ $1=(-1)^2<(-9)^2=81$, $\therefore$ III 是不正確的。

13. $\because$ $\frac{m}{-5}$ 是正數而 $\frac{n}{5}$ 是負數，$\therefore$ II 是正確的。

29. $7x-4y<-1$, $7x+1<4y$, $\therefore y>\frac{7x+1}{4}$

34. 設大數 $=x$, 小數 $=x-2$ 。 $x+(x-2)\geq 30$, $2x\geq 32$, $x\geq 16$ 。
$\because x$ 是奇數，$\therefore$ 最小值 $=17$

35. 設小數 $=x$，大數 $=x+4$ 。 $x>\frac{x+4}{2}$, $2x>x+4$, $x>4$ 。
$\because x$ 是 4 的倍數，$\therefore$ 最小值 $=8$

41. 設每個蘋果的售價 $=\$x$。$\frac{(80-20)x-80}{80}\times 100\%\geq 20\%$,
$\frac{60x-80}{80}\geq\frac{1}{5}$, $60x-80\geq 16$, $x\geq 1.6$ 。 $\therefore$ 最低售價 $=\$1.6$

42. $\because$ $x<-3$, $\therefore$ $x-1<-4<-3<-2$, $\therefore$ I、II 及 III 是正確的。

43. $\because$ $x\geq 15$, $\therefore$ $x+1\geq 16$ 。
I 是正確的（$\because$ $16>15$）；當 $x=15$ 時，II 是不正確的；
III 是不正確的（$\because$ $16<17$）。

45. $y>-5$, $1-\frac{x}{3}>-5$, $-\frac{x}{3}>-6$, $x<18$ 。 $\because x$ 是非負整數，
$\therefore$ 可能值數目 $=18$

46. $2a-b+10=0$，$2a=b-10$，$a=\dfrac{b-10}{2}$；$\because$ $a\le 0$，$\therefore$ $\dfrac{b-10}{2}\le 0$，
$b-10\le 0$，$b\le 10$ 。 $\therefore$ 最大值 = 10

47. I. $\because 4a<a<b$，$\therefore$ 正確。
II. $\because -4b>0>a$，$\therefore$ 正確。
III. 當 $a=-3$，$b=-2$，$-3>-8=4(-2)$，$\therefore$ 不正確。
$\therefore$ 答案是 A。

48. 當 $m=1.5$, $n=1$，$\because$ $1.5-1=0.5<1$，$\therefore$ A 不一定正確。

49. I. $\because a>0$ 和 $a>b$，$\therefore a^2>ab$，$\therefore$ 正確。
II. $\because a^3$ 是正數和 b^3 是負數，$\therefore$ $a^3>b^3$，$\therefore$ 正確。
III. 當 $a=1$, $b=-4$，$1^2=1<16=(-4)^2$，$\therefore$ 不正確。
$\therefore$ 答案是 B。

51. $\because ab<c$，$\therefore ab-c<0<1$

54. 當 x 是負數時，I 及 II 是不正確的。
當 $0<x<1$ 時，III 是不正確的。

56. I. 當 $m=-4$，$n=24$，$\dfrac{24}{-4}=-6<-3$，$\therefore$ 不正確。
II. $m<-3$，$mn<-3n$ ……(i); $n>9$，$-3n<27$ ……(ii);
由 (i) 和 (ii)，我們得 $mn<-27$，$\therefore$ 正確。
III. $\because$ $m<-3$ 和 $n>9$，$\therefore m^2>9$ 和 $n^2>81$，$\therefore m^2+n^2>90$，
$\therefore$ 正確。
$\therefore$ 答案是 C。

57. I. 若 y 是正整數，$\dfrac{1}{y}$ 是小於或等於 1 的真分數，
即 $\dfrac{1}{y}\le 1<10$，$\therefore$ 正確。
II. 當 y 是負數時，$\dfrac{1}{y}$ 是負數，$\therefore$ $\dfrac{1}{y}<0<10$，$\therefore$ 正確。
III. 當 $y=\dfrac{1}{20}$，$1\div(\dfrac{1}{20})=20>10$，$\therefore$ 不正確。
$\therefore$ 答案是 C。

60. $(1-\sqrt{3})x<2$，$x>\dfrac{2}{1-\sqrt{3}}$ （$\because$ $1-\sqrt{3}$ 是負數），$x>\dfrac{2(1+\sqrt{3})}{1-3}$，
$x>\dfrac{2(1+\sqrt{3})}{-2}$，$\therefore$ $x>-1-\sqrt{3}$

61. $ay+9a\le 2y-a$，$10a\le 2y-ay$，$(2-a)y\ge 10a$，
$\therefore$ $y\ge\dfrac{10a}{2-a}$ ($\because a<2$)

62. $mx+m^2>nx+n^2$，$mx-nx>n^2-m^2$，$(m-n)x>(n-m)(n+m)$，

$x < \frac{(n-m)(n+m)}{m-n}$ ($\because$ $m<n$), $\therefore x < -m-n$

64. 最小可能值 $= -3-(-1) = -2$

66. 最大可能值 $= (-8)^2 + (-3)^2 = 73$

67. 最小可能值 $= (-8)(2) = -16$；
最大可能值 $= (-8)(-3) = 24$；$\therefore -16 \le ab \le 24$

68. 最大可能值 $= \frac{-3}{-1} = 3$

單元 6 百分法 (2)

1. C	2. D	3. A	4. A	5. B	6. D	7. A	8. C
9. C	10. C	11. D	12. A	13. B	14. A	15. A	16. D
17. C	18. D	19. D	20. C	21. D	22. C	23. A	24. B
25. B	26. B	27. C	28. B	29. C	30. D	31. A	32. A
33. A	34. A	35. B	36. C	37. B	38. A	39. D	40. C
41. A	42. B	43. B	44. A	45. B	46. D		

題解

8. 本利和 $= 5000(1+4\% \times 2 + 5\% \times 3) = \$6150$

17. 複利息 $= 18000(1+\frac{2\%}{4})^4(1+\frac{2.8\%}{4})^8 - 18000 = \$1416.6$

18. $P[(1+6\%)^2 - 1] \ge 4000$，$0.1236P \ge 4000$，$P \ge 32362.46$.
$\because$ P 是 10 的倍數，$\therefore$ $P = 32370$

19. 相差 $= 90000[(1+\frac{9\%}{12})^{18} - 1] - 90000 \times 9\% \times \frac{18}{12} = 12956.4 - 12150$
$= \$806.4$

20. 第一次還款後尚欠金額 $= 95000(1+\frac{15\%}{12}) - 25000 = \$71187.5$,
第二次還款後尚欠金額 $= 71187.5(1.0125) - 25000 = \$47077$

21. 第一個月月底尚欠金額 $= 18000(1+\frac{24\%}{12}) = \$18360$,
第二個月月底尚欠金額 $= (18360-5000)(1.02) = \$13627.2$,
第三個月月底尚欠金額 $= (13627.2-5000)(1.02) = \$8800$

22. 兩個月後尚欠金額 $= 26000(1+\frac{16\%}{12})^2 - 6000 = \$20697.96$,
四個月後尚欠金額 $= 20697.96(1+\frac{16\%}{12})^2 - 6000 = \$15254$

23. 利息 = 4 年的本利和 – 3 年的本利和

$= 44000(1+\frac{8\%}{2})^8 - 44000(1+\frac{8\%}{2})^6$

$= 60217.04 - 55674.04 = \$4543$

32. 設衰變因子 = r。 $32000r^2 = 23120$, $r = \sqrt{\frac{23120}{32000}} = 0.85$ ；

∴ 在 2006 年的價值 = $23120(0.85)^5 = \$10258$

33. 增添的圖書數量 $= 74000[(1+8\%)^3(1+5\%)^2 - 1] = 28774$

34. 銷貨額 $= 35000 \div (1+4\%)^4(1+8\%)^6 = 18854$

35. 設本金 = \$$P$，年數 = n。 $P(1+10\%n) = P(1+150\%)$,

$1 + 0.1, n = 2.5$, ∴ $n = 15$

36. 設本金 = \$$P$，年利率 = r。 $P(1+16r) = 2P$, $1 + 16r = 2$,

∴ $r = 0.0625 = 6.25\%$

37. 本金 $= 3200 \div (1+6\% \times 4\frac{2}{3}) = \$2500$,

∴ 本利和 $= 2500(1+3\frac{1}{3}\% \times 6) = \$3000$

38. ∵ $6\% \times 5 = 2.4\% \times 12.5 = 0.3$, ∴ 答案是 A。

39. A. $(1+\frac{18\%}{12})^{12} = 1.1956$; B. $(1+\frac{18.2\%}{4})^4 = 1.1948$;

C. $(1+\frac{18.8\%}{2})^2 = 1.1968$; D. $(1+19\%) = 1.19$;

∴ 智豐應選擇 C 計劃。

40. 設本金 = \$$P$. $P[(1+r\%)^3 - 1] = P \times 20\%$, $(1+r\%)^3 = 1.2$,

$1 + r\% = \sqrt[3]{1.2} = 1.063$, $r\% = 0.063$, ∴ $r = 6.3$

41. 第三年所得的利息 $= 65000[(1+\frac{4\%}{4})^{12} - (1+\frac{4\%}{4})^8] = \$2857.9$,

第二年所得的利息 $= 65000[(1.01)^8 - (1.01)^4] = \$2746.4$,

∴ 相差 $= 2857.9 - 2746.4 = \$112$

42. 2003 年年底所得到的總金額

$= 6800(1+5\%)^4 + 6800(1+5\%)^3 + 6800(1+5\%)^2 + 6800(1+5\%)$

$= \$30774$

43. 設每月還款額 = \$$x$。 $[7000(1+\frac{12\%}{12}) - x](1+\frac{12\%}{12}) - x = 0$,

$(7070 - x)(1.01) - x = 0$, $7140.7 - 1.01x - x = 0$, $2.01x = 7140.7$,

∴ $x = 3552.6$

44. 設每年存款 = \$$x$。 $x(1+6\%)^3 + x(1+6\%)^2 + x = 300000$,

$x[(1.06)^3 + (1.06)^2 + 1.06 + 1] = 300000$, ∴ $x = 68577$

45. 價值下跌了： $95000(1-12\%)^4 - 95000(1-12\%)^5$

$= 56971.06 - 50134.53 = \$6837$

46. 價值 $=16000(1+5\%)^2(1-10\%)^5=\$10416$

單元 7 百分法 (3)

1. B	2. C	3. D	4. C	5. C	6. C	7. A	8. B
9. C	10. D	11. A	12. B	13. C	14. A	15. A	16. B
17. D	18. A	19. A	20. C	21. B	22. C	23. D	24. A
25. D	26. C	27. B	28. A	29. C	30. A	31. B	32. D
33. A	34. A	35. A	36. B	37. D	38. C	39. B	40. B
41. C	42. A	43. D	44. C	45. B	46. A	47. B	48. C
49. C	50. C	51. B	52. C	53. B	54. A		

題解

3. 相差 $=(1700\times 4)\div 5\%=\$136000$

6. 相差 $=(7500\times 12)\times 14\%\times 80\%\times 15\%=\$1512$

9. 毛利 $=345600\div 16\%\div(1-\dfrac{2}{3})=\$6480000$

10. 毛利 $=81300\times(12+3)=\$1219500$，
營運開支 $=54700\times 12=\$656400$，
$\therefore$ 利得稅 $=(1219500-656400)\times 16\%=\$90096$

15. 最高限額 = 總免稅額 = \$100000

20. 設小正方體的邊長 $=x$。
原來的正方體的總表面面積 $=6(3x)^2=54x^2$；
小正方體的總表面面積 $=6x^2\times 27=162x^2$；
$\therefore$ 百分增加 $=\dfrac{162x^2-54x^2}{54x^2}\times 100\%=200\%$

23. 設減肥前的體重 $=x$ kg。
百分改變 $=\dfrac{x-(0.7x)(1.2x)}{(0.7x)(1.2x)}\times 100\%=+19\%$

24. 設原來體積 $=\pi r^2h$，新的體積 $=\pi[r(1+x\%)]^2[h(1-20\%)]$。
$\pi r^2h=\pi[r(1+x\%)]^2[h(1-20\%)]$，$\pi r^2h=\pi r^2h(1+x\%)^2(0.8)$，
$0.8(1+x\%)^2=1$，$(1+x\%)^2=1.25$，$1+x\%=1.118$，$x=11.8$。
$\therefore$ 底半徑的百分增加 $=11.8\%$

25. $A=C(1-15\%)=0.85C$，$B=C(1+10\%)=1.1C$，
$\therefore$ 百分率 $=\dfrac{B}{A}\times 100\%=\dfrac{1.1C}{0.85C}\times 100\%=129.4\%$

26. $Q=R\times 120\%=1.2R$，$Q=S\times 75\%=0.75S$；

I. $\frac{Q-R}{Q}\times100\%=\frac{1.2R-R}{1.2R}\times100\%=16.6\%$

II. $\frac{S-Q}{S}\times100\%=\frac{S-0.75S}{S}\times100\%=25\%$

III. $\frac{S-R}{S}\times100\%=\frac{\frac{1}{0.75}Q-\frac{1}{12}Q}{\frac{1}{0.75}Q}\times100\%=37.5\%$

∴ 答案是 C。

27. 百分改變 $=[(1+20\%)(1-15\%)-1]\times100\%=2\%$

28. 不合格學生所佔百分率 $=60\%(1-55\%)=27\%$,
合格學生所佔百分率 $=1-27\%=73\%$

I. 百分率 $=\frac{73}{27}\times100\%=270\%$

II. 百分率 $=\frac{73-27}{27}\times100\%=170\%$

III. 百分率 $=\frac{73-27}{73}\times100\%=63\%$

∴ 答案是 A。

30. 百分改變
$=[0.25(1+30\%)+0.55(1-10\%)+0.2(1+5\%)-1]\times100\%=3\%$

32. 設要多加砂糖 x g。
$\frac{400\times15\%+x}{400+x}\times100\%=20\%$, $\frac{60+x}{400+x}=\frac{1}{5}$, $300+5x=400+x$,
$4x=100$, ∴ $x=25$

35. ∵ 差餉須每月繳交，∴ 在 31/12/2005，業主須繳交
$(214000+348000)\times5\%\div4=\$7025$

36. 增加 $=(3450\div15\%\div80\%)\div12=\$2396$

38. 純利 $=63360\div16\%=\$396000$,
∴ 毛利 $=396000+396000\times120\%=\$871200$

39. 營運成本 $=46800\div5\%-46800\div15\%=\$624000$

40. 設利得稅 $=\$x$，則毛利 $=x\div6\%=\frac{x}{0.06}$，

純利 $=x\div15\%=\frac{x}{0.15}$。

∴ 百分率 $=\frac{\frac{x}{0.06}-\frac{x}{0.15}}{\frac{x}{0.06}}\times100\%=60\%$

41. 最初的 \$90000 的薪俸稅 $=30000\times(2\%+8\%+14\%)=\$7200$，
∴ 總收入 $=90000+7200\div20\%+100000=\$226000$

42. 利用累進稅率：
應課稅入息實額 $=2000000-100000-30000\times2$
$=\$1840000$,

∴ 薪俸稅 $= 30000 \times (2\% + 8\% + 14\%) + (1840000 - 90000) \times 20\%$
$= \$320000$

利用標準稅率：

薪俸稅 $= 2000000 \times 16\% = \$320000$

∴ 薪俸稅是兩者中較低的 \$320000。

43. 設總收入 = $\$x$。
$30000 \times (2\% + 8\% + 14\%) + (x - 200000 - 90000) \times 20\% = x \times 16\%$,
$7200 + 0.2(x - 290000) = 0.16x$, $0.04x = 50800$, ∴ $x = 1270000$

44. 設在 2000 的會員人數 $= x$。 $x(1+10\%)^3(1-5\%)^2 \le 900$,
$x \le 749.2$ 。∴ 最多有 749 人。

45. 設成本 = $\$c$ 和售價 = $\$s$，則 $9c = 6s$ or $s = 1.5c$。

∴ 盈利百分率 $= \dfrac{s-c}{c} \times 100\% = \dfrac{1.5c - c}{c} \times 100\% = 50\%$

46. $D = E(1+25\%) = 1.25E$, $F = D(1-16\%) = 0.84D$;

∵ $\dfrac{F-E}{E} \times 100\% = \dfrac{0.84D - \frac{D}{1.25}}{\frac{D}{1.25}} \times 100\% = 5\%$,

∴ A 是正確的而 C 是不正確的。

∵ $\dfrac{F-E}{F} \times 100\% = \dfrac{0.84D - \frac{D}{1.25}}{0.84D} \times 100\% = 4.76\%$,

∴ B 和 D 都是不正確的。

47. 設該數是 $= N$。 $N(1+r\%)(1-r\%) = N(1-36\%)$, $1-(r\%)^2 = 0.64$,
$(r\%)^2 = 0.36$, $r\% = 0.6$, ∴ $r = 60$

48. 設原來的薪金 = $\$x$，則原來的儲蓄 $= x \times 20\% = 0.2x$ ，
新的儲蓄 $= x(1+15\%) - x(1-20\%)(1+10\%) = 0.27x$ 。

∴ 百分改變 $= \dfrac{0.27x - 0.2x}{0.2x} \times 100\% = 35\%$

49. 原來的每千克價錢 $= 60 \times \dfrac{3}{10} + 32 \times \dfrac{7}{10} = \$40.4$,

新的每千克價錢 $= 60(1-15\%) \times \dfrac{3}{10} + 32(1+25\%) \times \dfrac{7}{10} = \$43.3$,

∴ 百分改變 $= \dfrac{43.3 - 40.4}{40.4} \times 100\% = 7.2\%$

50. 設距離 = D 和速度 = S，

則原來的時間 $= \dfrac{D}{S}$ ，新的時間 $= \dfrac{D}{S(1-50\%)} = \dfrac{D}{0.5S}$ 。

∴ 百分增加 $= \dfrac{\frac{D}{0.5S} - \frac{D}{S}}{\frac{D}{S}} \times 100\% = 100\%$

51. 設原來的每公斤價錢 = $\$x$。 $\dfrac{480}{x} - \dfrac{480}{x(1+20\%)} = 10$,

$1.2(480) - 480 = 10(1.2x)$, $96 = 12x$, ∴ $x = 8$

52. 設貨品的數目 = n。$\frac{600}{n}(1+15\%)(n-5)-600=21$,
$600(1.15)(n-5)=621n$, $690n-3450=621n$, $\therefore\ n=50$

53. 設 X 的成本 = a，則 Y 的成本 = a (1 + 25%) = 1.25a，
總成本 = a + 1.25a = 2.25a。若 Y 的盈利百分率 = r%，
則總售價 = $a(1+60\%)+1.25a(1+r\%)$ ，
$\therefore\ (2.25a)(1+50\%)=a(1+60\%)+(1.25a)(1+r\%)$,
$1.775a=1.25a(1+r\%)$, $1+r\%=1.42$, $r\%=0.42$, $r=42$。
$\therefore$ Y 的盈利百分率 = 42%

54. 設餘下貨品的盈利百分率 = r%。
$[\frac{1}{2}(1+20\%)+\frac{1}{6}(1-16\%)+(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{6})(1+r\%)-1]\times 100\%=15\%$,
$0.6+0.14+\frac{1}{3}(1+r\%)-1=0.15$, $\frac{1}{3}(1+r\%)=0.41$, $r\%=0.23$,
$r=23$ 。$\therefore$ 盈利百分率 = 23%

單元 8 續演繹幾何

1. B	2. C	3. C	4. A	5. D	6. A	7. C	8. C
9. C	10. A	11. A	12. D	13. D	14. B	15. C	16. A
17. D	18. A	19. B	20. C	21. C	22. C	23. A	24. D
25. C	26. B	27. B	28. B	29. D	30. A	31. A	32. C
33. B	34. C	35. D	36. D	37. A	38. B	39. B	40. C
41. D	42. A	43. D	44. D	45. C	46. A	47. D	48. B
49. D	50. C	51. D	52. A	53. C	54. A	55. C	56. C

題解

14. $\because\ \Delta ABD\sim\Delta BCD$, $\therefore\ \frac{AD}{BD}=\frac{BD}{CD}$, $BD^2=AD\cdot CD=18\cdot 32=576$,
$\therefore\ BD=\sqrt{576}=24$ cm

20. $\because\ \Delta QRU\sim\Delta TSU$ (AAA), $\therefore\ \frac{QR}{TS}=\frac{QU}{TU}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ 。
$\because\ \Delta PQR\sim\Delta PST$ (AAA), $\therefore\ \frac{PQ}{PS}=\frac{QR}{TS}$, $\frac{y}{y+9}=\frac{2}{5}$, $5y=2y+18$,
$3y=18$, $\therefore\ y=6$

28. $OP=OQ=OR=5$（外接圓的半徑）,
$\therefore\ OP^2+OQ^2+OR^2=5^2+5^2+5^2=75$

34. I. $\angle B=\angle ACB$, $\angle AFE=\angle B+\angle D$,
$\angle AEF=\angle CED=\angle ACB-\angle D=\angle B-\angle D$

$\therefore\ \angle AFE > \angle AEF,\ \therefore\ AE > AF$

II. $\angle DCE$ 和 $\angle CED$ 分別是鈍角和銳角，

$\therefore\ DE > CD$

III. 若 $\angle B = \angle BFD$，則 $BD = DF$。

$\therefore$ 答案是 C。

36. A. $CD = CE,\ CB = CA,\ \angle DCB = \angle ECA = 60°$,

$\therefore\ \Delta ACE \cong \Delta BCD$ (SAS)

B. $\because\ \Delta ACE \cong \Delta BCD,\ \therefore\ \angle AEC = \angle BDC = 90°$,

$\therefore\ \angle AEB = 180° - 90° = 90°$,

而 $AB = AC$ 和 AE 是公共邊，$\therefore\ \Delta ACE \cong \Delta ABE$ (RHS)

C. $\angle DBC = 180° - \angle BCD - \angle BDC = 180° - 60° - 90° = 30°$,

$\angle BDE = 90° - 60° = 30°$,

$\therefore\ BE = DE,\ \therefore\ \Delta BDE$ 是等腰三角形。

37. I. $\Delta ABC \cong \Delta CDE$ (ASA/AAS)

II. $AC = EC,\ AF = EF,\ CF = CF,\ \therefore\ \Delta AFC \cong \Delta EFC$ (SSS),

$\therefore\ \angle AFC = \angle EFC = 90°$

III. $\because\ \Delta AFC \cong \Delta EFC,\ \therefore\ \angle ACF = \angle ECF = \dfrac{90°}{2} = 45°$,

$\therefore\ \angle FAC = 180° - 90° - 45° = 45°$,

$\therefore\ AF = FC$, 但 $AB \neq BC$,

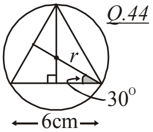
$\therefore\ \Delta AFC$ 並不全等於 ΔABC。

$\therefore$ 答案是 A。

39. $\because\ \Delta ABC \sim \Delta EDC$ (AAA), $\therefore\ \dfrac{CD}{21} = \dfrac{40}{20} = 2$, $CD = 42$。

$\because\ CE^2 + CD^2 = 40^2 + 42^2 = 3364 = 58^2 = DE^2$, $\therefore \angle DCE = 90°$。

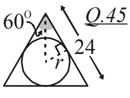
$\sin m = \dfrac{40}{58}$, $\therefore\ m = 43.6°$



44. $\dfrac{3}{r} = \cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $r = \dfrac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$,

$\therefore$ 面積 $= \pi(2\sqrt{3})^2 = 12\pi\ \text{cm}^2$

45. $\tan(\dfrac{60°}{2}) = \dfrac{r}{12}$,



$\therefore\ r = 12\tan 30° = 12 \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$ cm

47. $\because \Delta DNF \sim \Delta EMF$ (AAA), $\therefore\ \dfrac{MF}{NF} = \dfrac{EF}{DF}$, $\dfrac{MF}{6} = \dfrac{12}{10}$,

$\therefore\ MF = \dfrac{6}{5} \times 6 = 7.2$ cm

48. $ME=\sqrt{12^2-7.2^2}=9.6$ 。$\because \Delta EHN \sim \Delta EFM$ (AAA),

$\therefore \dfrac{HN}{FM}=\dfrac{EN}{EM}$, $\dfrac{HN}{7.2}=\dfrac{6}{9.6}$, $\therefore HN=\dfrac{6}{9.6}\times 7.2=4.5$ cm

51. I 及 II. $AD+BD>AB$ ……(1);

$AD+CD>AC$ ……(2); $BD+CD>BC$ ……(3);

(1) + (2) + (3), $2(AD+BD+CD)>AB+BC+AC$,

$\therefore AD+BD+CD>\dfrac{1}{2}(AB+BC+AC)$

III. $\angle ADB=\angle BDC=\angle ADC=360°\div 3=120°$,

$\therefore \angle ADB>\angle BAD \Rightarrow AB>BD$, $\angle ADC>\angle ACD \Rightarrow AC>AD$,

$\angle BDC>\angle CBD \Rightarrow BC>CD$,

$\therefore AB+AC+BC>BD+AD+CD$

$\therefore$ 答案是 D。

52. $\because \Delta FCD \sim \Delta FAB$, $\therefore \dfrac{FD}{FB}=\dfrac{k}{30}$; $\because \Delta BCD \sim \Delta BEF$, $\therefore \dfrac{BD}{BF}=\dfrac{k}{20}$;

$\dfrac{FD}{FB}+\dfrac{BD}{BF}=\dfrac{k}{30}+\dfrac{k}{20}$, $\dfrac{FD+BD}{BF}=\dfrac{5k}{60}$, $\dfrac{k}{12}=\dfrac{BF}{BF}=1$, $\therefore k=12$

53. $\because \dfrac{AB}{AD}=\dfrac{AC}{AE}=\dfrac{AD}{AF}$, $\therefore \dfrac{12}{AD}=\dfrac{AD}{27}$, $AD^2=324$, $\therefore AD=18$

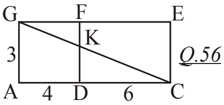
54. $\because \Delta SRQ \sim \Delta TSR$ (AAA), $\therefore \dfrac{RS}{ST}=\dfrac{QR}{RS}$, $RS^2=18\cdot 8=144$,

$\therefore RS=12$

55. $\because \Delta PRQ \sim \Delta QSR$ (AAA), $\therefore \dfrac{PR}{QS}=\dfrac{QR}{RS}$, $\dfrac{PR}{18}=\dfrac{18}{12}$,

$PR=\dfrac{18}{12}\times 18=27$ 。$\therefore PS=27-12=15$

56. 把兩幅牆壁放平後，我們可見，若要電線的長度最短，則 CKG 是一條直線。



$\because \Delta CKD \sim \Delta CGA$, $\therefore \dfrac{DK}{3}=\dfrac{6}{6+4}=\dfrac{3}{5}$, $\therefore DK=\dfrac{3}{5}\times 3=1.8$ m

單元 9 四邊形

1. D	2. B	3. C	4. B	5. D	6. B	7. C	8. A
9. A	10. C	11. A	12. D	13. B	14. C	15. B	16. D
17. C	18. D	19. A	20. B	21. B	22. A	23. C	24.D
25. C	26. B	27. B	28. C	29. C	30. A	31. B	32. A
33. D	34. C	35. C	36. D	37. A	38. B	39. D	40. D

41. B　42. A　43. C　44. D　45. D　46. B　47. B　48. C
49. D　50. B　51. B　52. A

題解

13. $x + 8 = 3y$, $x - 3y + 8 = 0$ ……(1);
$4x - y = 9 - x$, $5x - y - 9 = 0$ ……(2);
解 (1) 和 (2)，我們得 $x = 2.5$, $y = 3.5$。

15. $\angle ECB = 60° + 90° = 150°$;
$\because EC = CD = CB$, $\therefore \angle CBE = (180° - 150°) \div 2 = 15°$,
$\therefore \angle AFE = \angle CFB = 180° - \angle ACB - \angle CBE = 180° - 45° - 15°$
$= 120°$

16. I. $\because \Delta SKU \cong \Delta SKT$ (RHS/AAS),
$\therefore \angle KSU = \angle KST = 60° \div 2 = 30°$,
但 $\angle RST = 90° - 60° = 30°$, $\therefore \angle KST = \angle RST$,
而且 $\angle SKT = \angle R = 90°$ 和 ST 是公共邊，
$\therefore \Delta RST \cong \Delta KST$ (AAS)
II. $\angle SKU = \angle QKT$, $KU = KT$, $\angle SUK = \angle QTK$,
$\therefore \Delta SKU \cong \Delta QKT$ (ASA), $\therefore$ SK = QK
III. $\because PS = QR$ 和 $SU = QT$, $\therefore PU = RT$
$\therefore$ 答案是 D。

17. $QR = PS = 13$, $ST = \frac{1}{2}QS = \frac{1}{2} \times \sqrt{13^2 - 5^2} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$,
$\therefore PR = 2RT = 2\sqrt{5^2 + 6^2} = 2\sqrt{61} = 15.6$ cm

24. ΔAPQ 的面積：$PQCB$ 的面積 = 1 : 3

27. $\frac{a-1}{3} = \frac{CD}{DE} = \frac{GF}{FE} = \frac{8}{a+1}$, $(a - 1)(a + 1) = 24$, $a^2 - 1 = 24$,
$a^2 = 25$, $\therefore a = 5$

28. $\frac{y}{3} = \frac{AC}{CE} = \frac{y+3}{8}$, $8y = 3y + 9$, $5y = 9$, $\therefore y = 1.8$

29. $BG = \frac{1}{2}CE$, $BF = 2CE$, $\therefore BG : BF = \frac{1}{2}CE : 2CE = 1 : 4$

34. $3y + 2 = x + y$, $x - 2y = 2$ ……(1);
$2x - 4 = x + y$, $x - y = 4$ ……(2);
解 (1) 和 (2)，我們得 $x = 6$, $y = 2$。
$\therefore$ 面積 = $\frac{1}{2}(6+2)^2 \times 4 = 128$ 平方單位

35. 設 $WZ = YZ = a$。$\because \Delta WZK \sim \Delta HYK$ (AAA),
$\therefore \frac{WZ}{HY} = \frac{ZK}{YK}$, $\frac{a}{9} = \frac{a-6}{6}$, $6a = 9a - 54$, $3a = 54$, $\therefore a = 18$

36. $\angle EBA = \angle EAB = 55°$, $\angle DEA = 55° + 55° = 110°$,
$\angle AEF = 110° - 60° = 50°$, 但 $AE = DE = EF$,
$\therefore \angle AFE = (180° - 50°) \div 2 = 65°$

37. I. $\angle DGH = \angle EGH = 90°$, $\angle HDG = \angle DEG = 90° - \angle EDG$,
$\therefore \Delta DHG \sim \Delta EDG$ (AAA)

II. $BC = DC$, $\angle BCH = \angle DCF = 90°$, $\angle CBH = \angle DEG = \angle FDC$,
$\therefore \Delta BHC \cong \Delta DCF$ (ASA)

III. $\because \Delta GEF \cong \Delta GBF$ 和 $\Delta HBC \cong \Delta CDF$, 但 ΔHBC 並不全等於 ΔGBF, $\therefore \Delta CDF$ 並不全等於 ΔGEF。

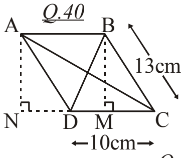
38. $BD = DE = BF = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2}$, $CH = FC = 12\sqrt{2} - 12$,
$DH = 12 - (12\sqrt{2} - 12) = 24 - 12\sqrt{2}$,
$DG = \frac{1}{2}DF = \frac{1}{2}\sqrt{12^2 + (12\sqrt{2} - 12)^2} = 6.494$,
$\therefore GH = \sqrt{(24 - 12\sqrt{2})^2 - 6.494^2} = 2.69$ cm

39. I. 五邊形每個角的大小 $= \frac{(5-2) \times 180°}{5} = 108°$,
$\angle EAD = (180° - 108°) \div 2 = 36°$, $\angle FAB = 108° - 36° = 72°$,
但 $\angle ABF = 108° \div 2 = 54°$,
$\therefore \angle AFB = 180° - 72° - 54° = 54°$,
$\therefore AB = AF$ 和 ΔABF 是等腰三角形。

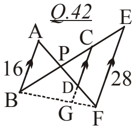
II. $\because \Delta ABF \cong \Delta CBF$ (SAS), $\therefore CF = AF = AB = CD$,
$\therefore \Delta CDF$ 是等腰三角形。

III. $\because AB = AF = CB = CF$, $\therefore ABCD$ 是一個菱形。

40. $CM = DM = 10 \div 2 = 5$,
$\therefore AN = BM = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$
但 $CN = 10 + 5 = 15$,
$\therefore AC = \sqrt{12^2 + 15^2} = 19.2$ cm



42. $\because AB \,//\, CD \,//\, EF$ 和 $BC = CE$,
$\therefore AD = DF$ 和 $BG = GF$,
$\therefore CG = 28 \div 2 = 14$ and $DG = 16 \div 2 = 8$,
$\therefore CD = 14 - 8 = 6$



45. A. $\because AF = FC$ 和 $CE \,//\, FG$, $\therefore AG = GE$, $\therefore CE = 2FG$,
$\therefore CD = 2CE = 4FG$

B. $\because \Delta DEH \sim \Delta FGH$ (AAA), $\therefore \frac{FH}{DH} = \frac{FG}{DE} = \frac{1}{2}$, $\therefore DH = 2FH$,
$\therefore BD = 2DF = 2(DH + FH) = 2(2FH + FH) = 6FH$

C. $\frac{GH}{EH} = \frac{FG}{DE} = \frac{1}{2}$, $\therefore EH = 2GH$,
$\therefore AE = 2EG = 2(EH + GH) = 2(2GH + GH) = 6GH$

D. $\tan\angle AED = \dfrac{AD}{DE} = 2$, $\angle AED = 63.4°$,

$\therefore \angle DHE = 180° - 45° - 63.4° = 71.6°$,

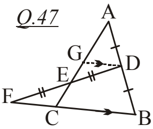
$\therefore \Delta DEH$ 不是等腰三角形。

47. 繪畫 $GD \mathbin{//} FB$。$\because \Delta CEF \cong \Delta GED$ (ASA),

$\therefore CE = GE$。$\because AD = DB$ and $GD \mathbin{//} CB$,

$\therefore AG = GC$。$\therefore AE : EC = 3 : 1$

Q.47



48. $\dfrac{AD}{16} = \dfrac{18}{12} = \dfrac{3}{2}$, $AD = 24$。$\because \Delta ABG \sim \Delta DCG$ (AAA),

$\therefore \dfrac{DA}{AG} = \dfrac{CD}{BA} = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$, $\therefore$ AG = $24 \times \dfrac{2}{2+1} = 16$

49. $\because \Delta CDG \sim \Delta FGH$ (AAA), $\therefore \dfrac{FG}{CD} = \dfrac{GH}{DG}$,

但 $\dfrac{GH}{DG} = \dfrac{EH}{AE} = \dfrac{9}{15} = \dfrac{3}{5}$, $\therefore \dfrac{FG}{10} = \dfrac{3}{5}$, $\therefore FG = 6$

51. 繪畫 EG ⊥ CD。$\because \Delta DEG \cong \Delta CEG$ (R.H.S.), $\therefore$ DG = CG。

$\because$ AD // EG // BC 和 DG = CG, $\therefore$ BE = EF （截線定理）

52. 設 $\angle GAS = \angle DAS = a$ 和 $\angle FDS = \angle ADS = b$。

$\angle GAS + \angle DAS + \angle FDS + \angle ADS = 180°$,

$2a + 2b = 180°$, $a + b = 90°$,

$\therefore \angle DSA = 180° - (\angle DAS + \angle ADS) = 180° - (a + b) = 90°$,

$\therefore \angle PSR = \angle DSA = 90°$。利用相同原理，$\angle PQR = 90°$。

$\angle DEA = 180° - \angle EDA - \angle DAE = 180° - a - 2b$

$= 180° - (a + b) - b = 90° - b = a$,

但 $\angle DCG = \dfrac{1}{2}\angle DCB = \dfrac{1}{2}\angle DAB = a$, $\therefore AE \mathbin{//} GC$,

$\therefore \angle SRQ = \angle SPQ = 90°$。$\because PS \neq SR$, $\therefore PQRS$ 是一個長方形。

單元 10 立體圖形

1. D	2. B	3. C	4. C	5. A	6. B	7. D	8. A
9. D	10. A	11. D	12. D	13. B	14. C	15. C	16. A
17. C	18. D	19. C	20. C	21. C	22. D	23. B	24. A
25. B	26. B	27. D	28. A	29. C	30. A	31. D	32. D
33. C	34. A	35. C	36. B	37. D	38. A	39. B	40. D
41. B	42. A	43. B	44. C	45. C	46. D	47. D	48. D
49. B	50. A	51. C	52. B	53. A	54. C	55. A	56. A
57. C	58. B	59. B	60. C	61. C	62. B	63. B	64. D
65. B	66. C	67. C					

題解

46. $\cos\angle VCM=\frac{CM}{VC}=\frac{5}{10}$, $\therefore\ \angle VCM=60°$

47. 設 N 為 BC 的中點。$MN=\ 8\div 2\ =4$。

$\tan\angle VNM=\frac{VM}{MN}=\frac{5\sqrt{3}}{4}$, $\therefore\ \angle VNM=65.2°$

48. 設 K 為 AB 的中點。$MK=\ 6\div 2\ =3$。

$\tan\angle VKM=\frac{VM}{MK}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$, $\therefore\ \angle VKM=70.9°$

59. $\because\ DB=DH=BH=$ 對角線，$\therefore\ \angle DHB=60°$

60. 設正方體的邊長 $=x$，則 $EG=\sqrt{x^2+x^2}\ =\sqrt{2}x$。

$\tan\theta=\frac{\sqrt{2}x}{x}=\sqrt{2}$, $\therefore\ \theta=54.7°$

61. 設正方體的邊長 $=x$。$EG^2=x^2+x^2=2x^2$,

$DG=\sqrt{DE^2+EG^2}\ =\sqrt{x^2+2x^2}\ =\sqrt{3}x$, $\therefore\ MG=\frac{\sqrt{3}x}{2}$。

$\sin\frac{\theta}{2}=\frac{x}{2}\div\frac{\sqrt{3}x}{2}=\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\frac{\theta}{2}=35.26°$, $\therefore\ \theta=70.5°$

62. $DF=\sqrt{30^2+40^2}\ =50$, $\therefore\ AF=50\tan 30°=28.9$ cm

63. $\tan\angle ACF=\frac{50\tan 30°}{30}$, $\therefore\ \angle ACF=43.9°$

65. $AB=CD=40$, $BD=AC=\sqrt{(50\tan 30°)^2+30^2}\ =41.63$;

$\tan\angle ADB=\frac{40}{41.63}$, $\therefore\ \angle ADB=43.9°$

66. $PN=\sqrt{12^2+12^2}\div 2=6\sqrt{2}$; $\tan\angle PVN=\frac{6\sqrt{2}}{10}$, $\angle PVN=40.3°$,

$\therefore\ \angle PVR=\ 40.3°\times 2\ =80.6°$

67. 設 H 和 K 分別為 PQ 和 RS 的中點。

$\tan\angle HVN=\frac{HN}{VN}=\frac{6}{10}$, $\angle HVN=30.96°$,

$\therefore\ \angle HVK=\ 30.96°\times 2=61.9°$

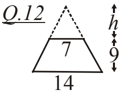
單元 11 面積及體積 (3)

1. D	2. A	3. A	4. B	5. A	6. B	7. B	8. B
9. C	10. A	11. C	12. D	13. B	14. C	15. D	16. C
17. A	18. B	19. C	20. B	21. B	22. D	23. D	24. D
25. C	26. B	27. C	28. B	29. D	30. C	31. C	32. D

33. B	34. A	35. A	36. B	37. D	38. C	39. C	40. A
41. C	42. D	43. A	44. C	45. D	46. B	47. B	48. C
49. C	50. A	51. C	52. A	53. C	54. D	55. A	56. A
57. D	58. C	59. D	60. C	61. A	62. D	63. B	64. A
65. D	66. B	67. D	68. C	69. D	70. A	71. B	

題解

12. $\dfrac{h}{h+9}=\dfrac{7}{14}=\dfrac{1}{2}$, $2h = h + 9$, $h = 9$;

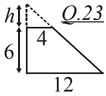


$\therefore$ 體積 $= \dfrac{1}{3}(14)^2(9+9)-\dfrac{1}{3}(7)^2(9)=1029\text{ cm}^3$

22. $\pi(3)^2+\pi(3)(\ell) = 33\pi$, $9 + 3\ell = 33$, $\ell = 8$;

$\sin\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{3}{8}$, $\dfrac{\theta}{2} = 22.0°$, $\therefore \theta = 44.0°$

23. $\dfrac{h}{h+6}=\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{3}$, $3h = h + 6$, $h = 3$;



$\therefore$ 體積 $= \dfrac{1}{3}\pi(12)^2(3+6)-\dfrac{1}{3}\pi(4)^2(3)=416\pi\text{ cm}^3$

24. 曲面面積 $= \pi(12)\sqrt{12^2+9^2}-\pi(4)\sqrt{4^2+3^2}$

$= 180\pi - 20\pi = 160\pi\text{ cm}^2$

28. 大球體的半徑 $= 8 \div 2 = 4$ cm;

$\therefore$ 體積 $= \dfrac{4}{3}\pi(4)^3 = 268.1\text{ cm}^3$

29. $\dfrac{4}{3}\pi r^3\times 2=\dfrac{4}{3}\pi(10)^3$, $r^3 = 500$, $\therefore\ r=\sqrt[3]{500} = 7.94$ cm

30. 百分改變 $= \dfrac{4\pi(7.94)^2(2)-4\pi(10)^2}{4\pi(10)^2}\times 100\% = 26.1\%$

34. 設 h 為圓柱體的高。

$\pi(\dfrac{r}{2})^2 h=\dfrac{4}{3}\pi r^3$, $(\dfrac{r^2}{4})(h)=\dfrac{4}{3}r^3$, $\therefore\ h=\dfrac{16}{3}r$

36. 設 h cm 為深度。$\pi(1)^2(h)+\dfrac{2}{3}\pi(1)^3=8\pi$, $h+\dfrac{2}{3} = 8$, $\therefore h=\dfrac{22}{3}$

42. 設 $A\ \text{cm}^2$ 為曲面面積。

$\dfrac{y}{A}=\left[\dfrac{r}{r(1+200\%)}\right]^2=\dfrac{1}{9}$, $\therefore A = 9y$

44. $V_A:(V_A+V_B):(V_A+V_B+V_C)=y^3:(y+2y)^3:(y+2y+y)^3$

$= 1 : 27 : 64$, $\therefore\ V_A:V_C = 1 : (64 - 27) = 1 : 37$

45. $S_A:(S_A+S_B):(S_A+S_B+S_C)=y^2:(y+2y)^2(y+2y+y)^2$
$=1:9:16,$
$\therefore S_B:S_C=(9-1):(16-9)=8:7$

46. $\dfrac{A_1}{A_2}=\left(\dfrac{1}{1-20\%}\right)^2=\dfrac{1}{0.64}$,
∴ 百分減少 = $(1-0.64)\times100\%=36\%$

47. $\dfrac{r_1}{r_2}=\sqrt[3]{\dfrac{1}{1+72.8\%}}=\dfrac{1}{1.2}$,
∴ 百分改變 = $(1.2-1)\times100\%=20\%$

48. 設要多加水 x cm^3 。
$\dfrac{15}{x+15}=(\dfrac{1}{2})^3=\dfrac{1}{8}$, $120=x+15$, $\therefore x=105$

49. $\dfrac{A_1}{A_2}=(\dfrac{1}{2})^2=\dfrac{1}{4}$, ∴ 百分增加 = $(4-1)\times100\%=300\%$

50. 原來的體積 $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$,
新的體積 = $\dfrac{1}{3}[x(1-20\%)]^2[h(1+50\%)]=0.96(\dfrac{1}{3}x^2h)=0.96V$,
∴ 百分改變 = $\dfrac{0.96V-V}{V}\times100\%=-4\%$

51. 比 = $\dfrac{1}{3}(\dfrac{ab}{2})(c):[abc-\dfrac{1}{3}(\dfrac{ab}{2})(c)]=\dfrac{abc}{6}:\dfrac{5abc}{6}=1:5$

52. $AB=FG=x$, $GH=y$, $BG=AF=z$;
$AEFGH$ 的體積：$ABCHG$ 的體積 = $\dfrac{1}{3}(\dfrac{xy}{2})(z):\dfrac{1}{3}(\dfrac{yz}{z})(x)=1:1$

53. $\because \angle AVB=60°-30°=30°$, $\therefore VB=8$, $VN=8\sin 60°=4\sqrt{3}$;
∴ 體積 = $\dfrac{1}{3}(6\times8)(4\sqrt{3})=110.9\text{ cm}^3$

54. 原來的體積 $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$,
新的體積 = $\dfrac{1}{3}\pi[r(1+40\%)]^2[h(1-25\%)]=1.47(\dfrac{1}{3}\pi r^2h)=1.47V$,
∴ 百分改變 = $\dfrac{1.47V-V}{V}\times100\%=47\%$

55. 曲面面積 = $\pi(\dfrac{r}{2})(2\ell)=\pi r\ell$ （保持不變）

56. 高 = $12\cos60°=6$ cm, 半徑 = $12\sin60°\div2=3\sqrt{3}$ cm,
∴ 體積 = $\dfrac{1}{3}\pi(3\sqrt{3})^2(6)=54\pi\text{ cm}^3$

57. 通過點 P，沿著斜高把圓錐體剪開，並攤平成為一個扇形，可得最短距離是 PP'。

$2\pi(15)\times\frac{\theta}{360°}=2\pi(5),\ \theta=120°;$

$\therefore PP'=(15\sin\frac{120°}{2})\times 2=26\text{ cm}$

58. 總表面面積的增加 $=\pi r^2\times 2=2\pi r^2,$

$\therefore$ 百分改變 $=\frac{2\pi r^2}{4\pi r^2}\times 100\%=50\%$

59. I. $=\frac{4\pi r^2}{2\pi r(2r)}=\frac{4\pi r^2}{4\pi r^2}=1$

II. $=\frac{4\pi r^2}{2\pi r(2r)+2\pi r^2}=\frac{4\pi r^2}{6\pi r^2}=\frac{2}{3}$

III. $=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2(2r)}=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2\pi r^3}=\frac{2}{3}$

$\therefore$ 答案是 D。

60. $\frac{V_1}{V_2}=\left(\sqrt{\frac{1}{1+125\%}}\right)^3=(\frac{1}{1.5})^3=\frac{1}{3.375},$

$\therefore$ 百分改變 $=(3.375-1)\times 100\%=237.5\%$

61. $\frac{r_A}{r_B}=\sqrt[3]{\frac{27}{125}}=\frac{3}{5},\ \frac{r_B}{r_C}=\frac{1}{4\div 2}=\frac{1}{2},\ \therefore\ r_A:r_B:r_C=3:5:10,$

$\therefore\ (\frac{r_A}{r_B})^2=(\frac{3}{10})^2=\frac{9}{100}$。$\because$ C 是一個半球體，$\therefore\ \frac{S_A}{S_C}=\frac{9}{50}$

62. 設 V_W = 水的體積，V_E = 中空部份的體積。

$\frac{V_E}{V_E+V_W}=(\frac{15-10}{15})^3=(\frac{5}{15})^3=\frac{1}{27},\ \therefore V_E:V_W=1:(27-1)=1:26;$

設 d cm 為水深。$\frac{d}{15}=\sqrt[3]{\frac{26}{27}}=0.987,\ \therefore d=14.8$

67. 設 $ON=OM=r$。$\because\ \Delta DNC\sim\Delta BMC,$

$\therefore\ \frac{ON}{BM}=\frac{OC}{BC},\ \frac{r}{6}=\frac{8-r}{\sqrt{6^2+8^2}},\ 10r=48-6r,\ 16r=48,\ \therefore r=3$

69. 設 d cm 為水深。$\frac{d}{8}=\sqrt[3]{\frac{3}{8}}=0.721,\ \therefore d=5.77$

70. $\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{2}{3}\pi r^3(1-25\%),\ h=2r(0.75),\ \frac{h}{r}=1.5=\frac{3}{2},\ \therefore\ h:r=3:2$

71. $h=30\times\frac{3}{3+2}=18,\ r=30-18=12,$

$\therefore$ 體積 $= \frac{1}{3}\pi(12)^2(18) + \frac{2}{3}\pi(12)^3 = 2016\pi\ \text{cm}^3$

單元 12 直線的坐標幾何

1. A	2. C	3. C	4. D	5. A	6. D	7. D	8. B
9. A	10. B	11. C	12. C	13. C	14. A	15. B	16. A
17. D	18. B	19. D	20. A	21. C	22. D	23. D	24. C
25. A	26. C	27. B	28. A	29. D	30. D	31. B	32. C
33. A	34. D	35. B	36. A	37. A	38. B	39. C	40. B
41. A	42. D	43. C	44. D	45. A	46. D	47. B	48. C
49. A	50. C	51. C	52. B	53. D	54. D	55. C	56. B
57. B	58. C	59. D	60. B	61. B	62. B	63. D	64. A
65. B	66. A	67. A	68. B	69. A	70. C	71. D	72. A

題解

6. I. $AB = \sqrt{10}$, $BC = 2\sqrt{5}$, $AC = \sqrt{10}$,
$\therefore \Delta ABC$ 是等腰三角形。
II. $AB^2 + AC^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2 = 20 = BC^2$,
$\therefore \Delta ABC$ 是直角三角形。
III. 面積 $= \dfrac{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}{2} = 5$ 平方單位
$\therefore$ 答案是 D。

38. 設 y 截距 $= a$。$\dfrac{a-0}{0-(-10)}\times 1.25 = -1$, $\dfrac{a}{10}\times\dfrac{5}{4} = -1$, $\therefore a = -8$

40. $m_{PQ} = \dfrac{3-1}{3+1} = \dfrac{1}{2}$, $m_{QR} = \dfrac{3-1}{3-4} = -2$, $m_{RS} = \dfrac{1+1}{4-0} = \dfrac{1}{2}$,
$m_{PS} = \dfrac{1+1}{-1-0} = -2$. $\because m_{PQ} = m_{RS}$ and $m_{QR} = m_{PS}$,
$\therefore$ PQ // RS 和 QR // PS; $\because m_{PQ}\times m_{QR} = m_{RS}\times m_{PS} = (\frac{1}{2})(-2) = -1$,
$\therefore PQ\perp QR$ 和 $RS\perp PS$; 但 $PQ = \sqrt{(3+1)^2+(3-1)^2} = 2\sqrt{5}$,
$QR = \sqrt{(4-3)^2+(1-3)^2} = \sqrt{5}$,
$\because PQ \neq QR$, $\therefore PQRS$ 是一個長方形。

48. $3QR = PQ = PR + QR$, $2QR = PR$, $\therefore PR : QR = 2 : 1$,
$\therefore R = \left(\dfrac{1(-10)+2(2)}{1+2}, \dfrac{1-(-1)+2(5)}{1+2}\right) = (-2, 3)$

49. 設 $B = (x, y)$。$\dfrac{9(3)+x(1)}{1+3} = 3$，$27 + x = 12, x = -15;$

$\dfrac{-4(3)+y(1)}{1+3} = 2$，$-12 + y = 8, y = 20.$ $\therefore B = (-15, 20)$

50. $AC : BC = [(-3) - (-6)] : [4.5 - (-3)] = 3 : 7.5 = 2 : 5$

51. $\because P$ 的 x 坐標 $= 0,$

$\therefore AP : PB = (6 - 0) : [0 - (-10)] = 6 : 10 = 3 : 5$

52. $PR : QR = [(k + 4) - k] : [k - (k - 1)] = 4 : 1$

53. $\sqrt{(-5+3)^2+(k-7)^2} = 2\sqrt{5}$，$4+(k-7)^2 = 20$，$(k-7)^2 = 16$，

$k - 7 = -4$ or 4, $\therefore k = 3$ 或 11

55. $\theta = \tan^{-1}(2) - \tan^{-1}(\frac{1}{2}) = 63.43° - 26.57° = 36.9°$（Δ 外角）

56. 斜率 $= \tan\theta = \dfrac{\sqrt{13^2-12^2}}{12} = \dfrac{5}{12}$

58. 設 $B = (0, y)$。$\because L_1 \perp L_2$，$\therefore \dfrac{y-1}{0-8} \times \dfrac{5-1}{0-8} = -1$，$\dfrac{y-1}{-8} \times \dfrac{1}{-2} = -1$，

$y-1 = -16,\ y = -15$。$\therefore$ 面積 $= \dfrac{1}{2}(5+15)(8) = 80$ 平方單位

59. 設 L_1 的 y 截距 $= k$，則 L_1 的 x 截距 $= 2k$。$\because L_1 \perp L_2$，

$\therefore \dfrac{k-0}{0-2k} \times \dfrac{b-0}{a-0} = -1$，$\dfrac{k}{-2k} \times \dfrac{b}{a} = -1$，$\dfrac{b}{a} = 2$，$\therefore b = 2a$

60. PR 的中點 $(M) = \left(\dfrac{3+1}{2}, \dfrac{6-4}{2}\right) = (2, 1)$。

設 $S = (x, y)$。$\because M$ 同時是 QS 的中點（平行四邊形特性），

$\therefore \dfrac{x-2}{2} = 2$，$x = 6$; $\dfrac{y+2}{2} = 1$，$y = 0$。$\therefore S = (6, 0)$

61. 設 $A = (x, 0)$，$B = (0, y)$。$\dfrac{x(2)+0(1)}{1+2} = 3$，$2x = 9$，$x = 4.5;$

$\dfrac{y(1)+0(2)}{1+2} = 5$，$y = 15$。$\therefore A = (4.5, 0), B = (0, 15)$

62. 設 D $= (x, 0)$。AB 的中點 $= \left(\dfrac{-6+0}{2}, \dfrac{0+12}{2}\right) = (-3, 6)$。

$\because$ AB⊥CD, $\therefore \dfrac{12-0}{0+6} \times \dfrac{0-6}{x+3} = -1$，$\dfrac{-12}{x+3} = -1$，$x + 3 = 12,$

$x = 9$。$\therefore$ D $= (9, 0)$

63. 設 B $= (x, 0)$。$\because$ A, B, D 成一直線，$\therefore \dfrac{0-6}{x-16} = \dfrac{6+9}{16+4} = \dfrac{3}{4}$，

$-24 = 3x - 48, x = 8;$ $\because$ A, C, D 成一直線，$\therefore \dfrac{y-6}{0-16} = \dfrac{3}{4}$，

$4y-24=-48,\ y=-6$。$\therefore$ 面積 $=\frac{1}{2}(8)(6)=24$ 平方單位

65. $\angle AOX=\tan^{-1}(\frac{6}{3})=63.43°$, $\angle COX=\tan^{-1}(\frac{2}{4})=26.57°$,
$\therefore\ \angle BOX=26.57°+(63.43°-26.57°)\div 2=45°$,
$\therefore$ 斜率 $=\tan 45°=1$

66. $\because\ AM=MB$ and $AN=NC$, $\therefore\ MN=\frac{1}{2}BC$ （中點定理），
$\therefore\ MN=\frac{1}{2}\sqrt{(-6-10)^2+(7+5)^2}=\frac{1}{2}(20)=10$

67. $\because\ \Delta AOC$ 和 ΔBOC 的高相等，
$\therefore\ AC:CB=\Delta AOC$ 的面積：ΔBOC 的面積 $=2:3$,
$\therefore\ C=\left(\frac{3(-8)+2(0)}{2+3},\frac{3(0)+2(-5)}{2+3}\right)=(-4.8,-2)$

68. $M=\left(\frac{3+20}{2},\frac{0+2}{2}\right)=(11.5,1)$,
$\therefore\ G=\left(\frac{1(10)+2(11.5)}{1+2},\frac{1(10)+2(1)}{1+2}\right)=(11,4)$

69. 外心 $=\left(\frac{18+0}{2},\frac{0+24}{2}\right)=(9,12)$

70. 半徑 $=\frac{\sqrt{(0-18)^2+(24+0)^2}}{2}=15$,
$\therefore$ 面積 $=\pi(15)^2=225\pi$ 平方單位

71. $P=\left(\frac{-2+8}{2},\frac{3+5}{2}\right)=(3,4)$, $Q=\left(\frac{-2+0}{2},\frac{3-3}{2}\right)=(-1,0)$。
設 $C=(x,y)$。$\because\ PC\perp XY$, $\therefore\ \frac{y-4}{x-3}\times\frac{5-3}{8+2}=-1$, $\frac{y-4}{x-3}=-5$,
$y-4=-5x+15$, $5x+y=19$ ……(1); $\because\ CQ\perp XZ$,
$\therefore\ \frac{y-0}{x+1}\times\frac{3+3}{-2-0}=-1$, $\frac{y}{x+1}=\frac{1}{3}$, $3y=x+1$,
$x-3y=-1$ ……(2); 解 (1) 和 (2)，我們得 $x=3.5$，$y=1.5$。
$\therefore\ C=(3.5,1.5)$

72. 設 $H=(x,y)$。$\because\ PH\perp RQ$, $\therefore\ \frac{y-5}{x-5}\times\frac{0+1}{-3-5}=-1$, $\frac{y-5}{x-2}=8$,
$y-5=8x-16$, $8x-y=11$ ……(1); $\because\ QH\perp PR$,
$\therefore\ \frac{y+1}{x-5}\times\frac{5-0}{2+3}=-1$, $\frac{y+1}{x-5}=-1$, $y+1=-x+5$,
$x+y=4$ ……(2); 解 (1) 和 (2)，我們得 $x=\frac{5}{3}$，$y=\frac{7}{3}$。

$$\therefore H=\left(\frac{5}{3},\frac{7}{3}\right)$$

單元 13　三角比的關係

1. A	2. D	3. D	4. C	5. B	6. A	7. C	8. A
9. D	10. D	11. B	12. C	13. B	14. A	15. B	16. C
17. A	18. C	19. A	20. A	21. C	22. D	23. C	24. B
25. D	26. A	27. D	28. B	29. A	30. C	31. B	32. A
33. B	34. B	35. D	36. A	37. C	38. C	39. D	40. C
41. D	42. D	43. B	44. A	45. B	46. B	47. B	48. C
49. A	50. D	51. A	52. C	53. C	54. D	55. A	56. C
57. A	58. B	59. B	60. A	61. D	62. C	63. C	64. D
65. B	66. A	67. C	68. A				

題解

17. $AB=4\div\tan 45°=4$，$BD=4\div\sin 45=4\sqrt{2}$，
$CD=4\sqrt{2}\sin 30°=2\sqrt{2}$，$BC=4\sqrt{2}\cos 30°=2\sqrt{6}$，
$\therefore$ 面積 $=\frac{4\times4}{2}+\frac{2\sqrt{2}\times2\sqrt{6}}{2}=(4\sqrt{3}+8)\text{ cm}^2$

22. $\because AS:AP:PS=1:\sqrt{3}:2$，$\therefore AB:PS=(1+\sqrt{3}):2$，
$\therefore ABCD$ 的面積：$PQRS$ 的面積 $=(1+\sqrt{3})^2:2^2=(4+2\sqrt{3}):4$
$=(2+\sqrt{3}):2$

23. $\because X$、Y 和 Z 是相似圖形，$\therefore X:Y:Z=1^2:(\sqrt{3})^2:2^2=1:3:4$

24. $\sqrt{12}-\sqrt{6}\cos(x+5°)=\sqrt{3}$，$2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{6}\cos(x+5°)$，
$\cos(x+5°)=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$，$x+5°=45$，$\therefore x=40°$

25. $1+\tan x=\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1}=\sqrt{3}+1$，$\tan x=\sqrt{3}$，$\therefore x=60°$

30. $=\frac{(1-\cos x)-(1+\cos x)}{1^2-\cos^2 x}=-\frac{2\cos x}{\sin^2 x}$

31. $=\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}+\frac{\cos^2\theta}{\cos^2\theta}=\frac{1}{\cos^2\theta}$

32. $=\frac{\sin^4 x+\sin^2 x\cos^2 x}{\cos^2 x}=\frac{\sin^2 x(\sin^2 x+\cos^2 x)}{\cos^2 x}=\tan^2 x$

33. $=(\frac{\sin^2\theta-1}{\sin\theta})(\frac{\cos^2\theta-1}{\cos\theta})=(\frac{-\cos^2\theta}{\sin\theta})(\frac{-\sin^2\theta}{\cos\theta})=\sin\theta\cos\theta$

35. $5\sin^2\theta + 4\cos^2\theta = 5$, $5\sin^2\theta + 4(1 - \sin^2\theta) = 5$, $\sin^2\theta = 1$,
$\therefore \sin\theta = 1$

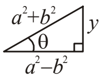
38. $= \tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta} = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} = \dfrac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}$

39. $= \dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\cdot\cos^2 x + \sin^2 x = 2\sin^2 x$

40. $= \cos\theta + \sin\theta\cdot\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\cos\theta} = \dfrac{1}{\cos\theta}$

43. $\because y^2 = (a^2+b^2)^2 - (a^2-b^2)^2$
$= (a^2+b^2+a^2-b^2)(a^2+b^2-a^2+b^2)$
$= 4a^2b^2$, $\therefore\ y = 2ab$, $\therefore\ \tan\theta = \dfrac{2ab}{a^2-b^2}$

Q.43



44.
$$\begin{array}{rl} 10x &= 4.444\ldots\ldots \\ -\quad x &= 0.444\ldots\ldots \\ \hline 9x &= 4 \end{array}$$
$\therefore x = \tan\theta = \dfrac{4}{9}$,

$\therefore\ \sin\theta - \cos\theta = \dfrac{4}{\sqrt{4^2+9^2}} - \dfrac{9}{\sqrt{4^2+9^2}} = \dfrac{-5}{\sqrt{97}} = \dfrac{-5\sqrt{97}}{97}$

45. $\sqrt{3}\sin2\theta = \dfrac{3}{2}$, $\sin2\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $2\theta = 60°$, $\therefore\ \theta = 30°$

46. $\cos\theta - \sqrt{3}\sin\theta = 0$, $\cos\theta = \sqrt{3}\sin\theta$, $\tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$, $\therefore\ \theta = 30°$

48. $2\sin(x+y) = \sqrt{3}$, $\sin(x+y) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $x+y = 60°$ …… (1);

$3\tan(x-y) = \sqrt{3}$, $\tan(x-y) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $x-y = 30°$ …… (2);

解 (1) 和 (2)，我們得 $x = 45°$，$y = 15°$。

49. $x\tan60° - \sin30° \le x\tan45° + \cos30°$, $x(\sqrt{3}) - \dfrac{1}{2} \le x + \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

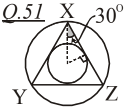
$x(\sqrt{3}-1) \le \dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$, $x \le \dfrac{\sqrt{3}+1}{2(\sqrt{3}-1)}$, $x \le \dfrac{(\sqrt{3}+1)^2}{2(3-1)}$, $x \le \dfrac{4+2\sqrt{3}}{4}$,

$\therefore\ x \le \dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$

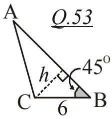
50. $\because AB = PR =$ 圓的直徑，$\therefore AB : PQ = PR : PQ = \sqrt{2} : 1$

51. $\because$ C_1 的半徑：C_2 的半徑 $= 2 : 1$,
$\therefore$ C_1 的面積：C_2 的面積 $= 2^2 : 1^2 = 4 : 1$

Q.51



53. $h = 6\sin 45° = 6(\frac{1}{\sqrt{2}}) = 3\sqrt{2}$；



$\frac{AB \times 3\sqrt{2}}{2} = 27$，∴ $AB = \frac{54}{3\sqrt{2}} = 9\sqrt{2}$

54. 設 $AB = BC = a$。

$CD = \frac{2a}{\tan 60°} = \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$， $CE = \frac{a}{\tan 30°} = \sqrt{3}a$，

∴ $CD : DE = \frac{2\sqrt{3}a}{3} : (\sqrt{3}a - \frac{2\sqrt{3}a}{3}) = \frac{2\sqrt{3}a}{3} : \frac{\sqrt{3}a}{3} = 2 : 1$

55. 設 $AD = DC = a$。

$BC = \frac{2a}{\cos 30°} = 2a \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}a}{3}$， $EC = a\cos 30° = \frac{\sqrt{3}a}{2}$，

∴ $BE : EC = (\frac{4\sqrt{3}a}{3} - \frac{\sqrt{3}a}{2}) : \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{5\sqrt{3}a}{6} : \frac{\sqrt{3}a}{2} = 5 : 3$

56. 設 $AD = BD = a$。

$\angle ABD = 30°$（等腰 Δ 底角），$\angle BDC = 60°$（Δ 外角），

∴ $CD = BD\cos 60° = \frac{a}{2}$，∴ $CD : AD = \frac{a}{2} : a = 1 : 2$

57. $= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = 1$

58. $= (\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x) = (1)(1 - \sin^2 x - \sin^2 x)$

$= 1 - 2\sin^2 x$

59. $= \sin^2\theta + \cos^2\theta\,(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = \sin^2\theta + \cos^2\theta(1) = 1$

60. $= \frac{\cos\theta\,(1 + \cos\theta)}{1 + \cos\theta} + \frac{\sin^2\theta}{1 + \cos\theta} = \frac{\cos\theta + \cos^2\theta + \sin^2\theta}{1 + \cos\theta}$

$= \frac{\cos\theta + 1}{1 + \cos\theta} = 1$

61. $= \cos^2\theta\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right) = \cos^2\theta\left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\right) = \sin\theta\cos\theta$

62. $= \frac{\cos\theta}{1 - \sin\theta} + \frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\cos^2\theta + (1 - \sin\theta)^2}{\cos\theta(1 - \sin\theta)}$

$= \frac{\cos^2\theta + 1 - 2\sin\theta + \sin^2\theta}{\cos\theta\,(1 - \sin\theta)} = \frac{2 - 2\sin\theta}{\cos\theta\,(1 - \sin\theta)} = \frac{2}{\cos\theta}$

65. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{3}{2}$， $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = (\frac{3}{2})^2$，

$\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{9}{4}$， $2\sin\theta\cos\theta = \frac{9}{4} - 1$，

∴ $\sin\theta\cos\theta = \frac{5}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$

66. $= \sin^2 1° + \sin^2 2° + ... + \sin^2 44° + \sin^2 45° + \cos^2 44° + ...$
$+ \cos^2 2° + \cos^2 1°$
$= (\sin^2 1° + \cos^2 1°) + ... + (\sin^2 44° + \cos^2 44°) + \sin^2 45°$
$= 44 \times 1 + (\frac{1}{\sqrt{2}})^2 = 44.5$

67. $= \tan 2° \times \tan 4° \times ... \times \tan 44° \times \frac{1}{\tan 44°} \times ...... \times \frac{1}{\tan 4°} \times \frac{1}{\tan 2°} = 1$

68. $\tan\theta \tan(\theta + 20°) = 1$, $\frac{1}{\tan(90° - \theta)} \times \tan(\theta + 20°) = 1$,
$\tan(\theta + 20°) = \tan(90° - \theta)$, $\theta + 20° = 90° - \theta$, $2\theta = 70°$,
$\therefore \theta = 35°$

單元 14 三角學的應用

1. B	2. B	3. D	4. C	5. A	6. C	7. B	8. B
9. B	10. D	11. D	12. C	13. C	14. A	15. C	16. A
17. B	18. A	19. D	20. A	21. B	22. B	23. A	24. A
25. D	26. C	27. D	28.C	29. D	30. A	31. B	32. C
33. B	34. D	35. D	36. C	37. A	38. B	39. A	40. C
41. D	42. A	43. B	44. A	45. B	46. C	47. B	48. C
49. D	50. C	51. B	52. B	53. A	54. A	55. C	56. D
57. D	58. C	59. B	60. B	61. D	62. C	63. B	64. B
65. D	66. C	67. B	68. D	69. A	70. A	71. D	72. A
73. C	74. A	75. C	76. B				

題解

14. 設 θ 為第二節斜坡的斜率。
$\because \tan\theta = \frac{1}{3}$, $\therefore \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\cos\theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$ 。
總鉛垂距離 $= 220\sin 14° + 160 \times \frac{1}{\sqrt{10}} = 103.82$,
總水平距離 $= 220\cos 14° + 160 \times \frac{3}{\sqrt{10}} = 365.25$,
$\therefore$ 俯角 $= \tan^{-1}(\frac{103.82}{365.25}) = 15.9°$

16. 仰角 $= \tan^{-1}(\frac{4}{12}) = 18.4°$

20. 設 x m 為旗桿的高度。

$\dfrac{x}{\tan 46°}+\dfrac{x}{\tan 25°}=150,\quad x(\dfrac{1}{\tan 46°}+\dfrac{1}{\tan 25°})=150,$

$\therefore x=150\div(\dfrac{1}{\tan 46°}+\dfrac{1}{\tan 25°})=48.2$

21. $\dfrac{OR}{\tan 20°}-\dfrac{OR}{\tan 65°}=10\times 15,\quad OR(\dfrac{1}{\tan 20°}-\dfrac{1}{\tan 65°})=150,$

$\therefore OR=150\div(\dfrac{1}{\tan 20°}-\dfrac{1}{\tan 65°})=65.8\text{ m}$

22. 設 h m 為高度。

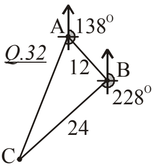
$\dfrac{h}{\tan 72°}=\dfrac{h-55}{\tan 39°},\quad h\tan 39°=h\tan 72°-55\tan 72°,$

$h(\tan 72°-\tan 39°)=55\tan 72°,\quad \therefore h=74.6$

23. $h+\dfrac{h}{\tan 24°}\times\tan 35°=120,\quad h(1+\dfrac{\tan 35°}{\tan 24°})=120,\quad \therefore h=46.6$

32. $\angle ABC=360°-228°-(180°-138°)=90°,$

$\therefore AC=\sqrt{12^2+24^2}=\sqrt{720}=12\sqrt{5}\text{ km}$



34. $\angle PAB=180°-156°=24°,$

$\angle PBA=270°-225°=45°.$

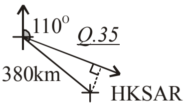
設 x m 為最短距離。

$\dfrac{x}{\tan 24°}+\dfrac{x}{\tan 45°}=460,\quad x(\dfrac{1}{\tan 24°}+1)=460,$

$\therefore x=460\div(\dfrac{1}{\tan 24°}+1)=142$

35. 最短距離 $=380\sin(180°-110°-45°)$

$=380\sin 25°=160.6\text{ km}$



36. 所需時間 $=380\cos 25°\div 100=3.4$ 小時

43. 正五邊形由五個全等的等腰三角形組成。

每個底角 $=(5-2)\times 180°\div 5\div 2=54°,$

底長 $=15\cos 54°\times 2=30\cos 54°,$ 高 $=15\sin 54°,$

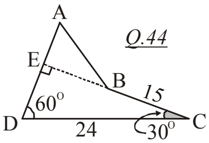
$\therefore$ 面積 $=\pi(15)^2-\dfrac{30\cos 54°\times 15\sin 54°}{2}\times 5=172\text{ cm}^2$

44. $DE=24\cos 60°=12,\quad CE=24\sin 60°=12\sqrt{3},$

$AE=16-12=4,\quad BE=12\sqrt{3}-15,$

$\therefore$ 面積 $=\dfrac{12\times 12\sqrt{3}}{2}+\dfrac{4(12\sqrt{3}-15)}{2}$

$=136.3\text{ cm}^2$



45. $\sin\theta=\dfrac{2\sin 45°}{7}=\dfrac{\sqrt{2}}{7},\quad \therefore \theta=11.7°$

46. 高度 $=4\sin(180°-90°-11.7°)=4\sin 78.3°=3.9\text{ cm}$

47. 高度 = 3.9 + 7sin11.7° = 5.3 cm

48. 設 $AB = AD = DE = BE = x$ cm。 $\frac{x}{\tan 40°} + x + \frac{x}{\tan 60°} = 9$,

$x(\frac{1}{\tan 40°} + 1 + \frac{1}{\tan 60°}) = 9$, $x = 9 \div (\frac{1}{\tan 40°} + 1 + \frac{1}{\tan 60°}) = 3.25$

∴ 面積 = $\frac{(3.25 + 9)(3.25)}{2} = 19.9 \text{ cm}^2$

49. 設 r cm 為半徑。 $\frac{r}{\sin 30°} + r = 18$, $2r + r = 18$, ∴ $r = 6$

52. 設 a 為 A 和 B 之間的垂直距離。

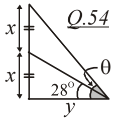
AB 的斜率 = $\frac{a}{4}$, CD 的斜率 = $\frac{2a}{5}$, EF 的斜率 = $\frac{3a}{8}$,

∵ $\frac{2a}{5} > \frac{3a}{8} > \frac{a}{4}$, ∴ CD 的斜率最大。

53. 設 a 為 A 和 B 之間的垂直距離。 $\tan 10° = \frac{a}{4}$, ∴ $a = 4\tan 10°$。

設 θ 為 PQ 的傾斜角。 $\tan\theta = \frac{2a}{6} = \frac{4\tan 10°}{3}$, ∴ $\theta = 13.2°$

54. $\tan 28° = \frac{x}{y}$。設 θ 為俯角。



$\tan\theta = \frac{2x}{y} = 2\tan 28°$, ∴ $\theta = 46.8°$

59. $\tan\angle OPQ = \frac{30}{60}$, $\angle OPQ = 26.57°$;

$\sin\angle OPG = \frac{20}{\sqrt{30^2 + 60^2}}$, $\angle OPG = 17.35°$;

∴ 仰角 = 26.57° + 17.35° = 43.9°

60. ∵ $\angle SBC = 20° + 40° = 60°$ and $\frac{BC}{SB} = \frac{100}{50} = 2$, ∴ $\angle CSB = 90°$,

∴ $SC = 100\sin 60° = 50\sqrt{3}$ m

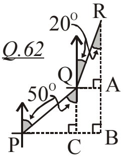
61. $\angle SCB = 180° - 90° - 60° = 30°$,

∴ 方位角是 S(30° + 40°)W 或 S70°W。

62. $RB = RA + QC = 8\cos 20° + 12\cos 50° = 15.23$,

$PB = PC + QA = 12\sin 50° + 8\sin 20° = 11.93$,

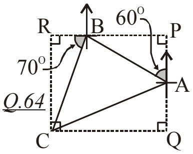
∴ $PR = \sqrt{15.23^2 + 11.93^2} = 19.3$ km



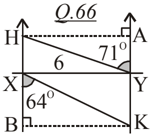
64. $AQ = RC - PA = 190\sin 70° - 140\cos 60°$
$= 108.54$,

$CQ = RB + BP = 190\cos 70° + 140\sin 60°$
$= 186.23$,

∴ 距離 = $AC = \sqrt{108.54^2 + 186.23^2}$
$= 216$ m



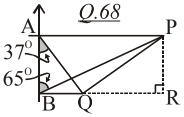
66. $AK = AY + BX = \dfrac{6}{\tan 71°} + \dfrac{6}{\tan 64°} = 4.99$;



$\tan\angle AKH = \dfrac{6}{4.99}$, $\angle AKH = 50.2°$,

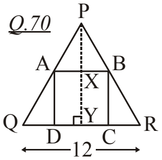
∴ 由 K 測得 H 的方位角是 N50.2°W。

68. $QR = AP - BQ = 80\tan 65° - 80\tan 37°$
$= 111.28$;



$\tan\angle QPR = \dfrac{111.28}{80}$, $\angle QPR = 54°$, ∴ 由 P 測得 Q 的方位角是 180° + 54° 或 234°。

70. $PY = \dfrac{12}{2} \times \tan 60° = 6\sqrt{3}$.



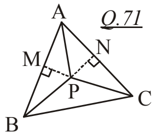
設 a cm 為正方形 $ABCD$ 的邊長。

∵ $\Delta PAB \sim \Delta PQR$, ∴ $\dfrac{AB}{QR} = \dfrac{PX}{PY}$,

$\dfrac{a}{12} = \dfrac{6\sqrt{3} - a}{6\sqrt{3}}$, $6\sqrt{3}a = 72\sqrt{3} - 12a$,

$(6\sqrt{3} + 12)a = 72\sqrt{3}$, ∴ $a = 5.57$

71. $\angle CAP = \angle BAP = 46° \div 2 = 23°$,
$\angle CBP = \angle ABP = 62° \div 2 = 31°$,
$\angle ACP = \angle BCP = (180° - 62° - 46°) \div 2 = 36°$。



$PM = PN = 4\sin 23°$,

∴ $BP = \dfrac{PM}{\sin 31°} = \dfrac{4\sin 23°}{\sin 31°} = 3.03$ cm,

$CP = \dfrac{PN}{\sin 36°} = \dfrac{4\sin 23°}{\sin 36°} = 2.66$ cm

75. ∵ $\Delta BMX \cong \Delta AMX$, ∴ $\angle MAX = \angle MBX = 50° \div 2 = 25°$,
但 $\angle BAC = (180 - 50°) \div 2 = 65°$, ∴ $\angle MAN = 65° - 25° = 40°$,

∴ $MN = AN\tan 40° = \dfrac{16}{2} \times \tan 40° = 6.71$ cm

76. $AM = \dfrac{AN}{\cos 40°} = \dfrac{8}{\cos 40°} = 10.44$,

∴ 面積 $= \pi(10.44)^2 = 342.6\text{ cm}^2$

單位 15 概率簡介

1. D	2. B	3. A	4. C	5. C	6. B	7. C	8. B
9. D	10. C	11. D	12. C	13. A	14. A	15. D	16. B
17. B	18. C	19. A	20. A	21. C	22. C	23. A	24. D
25. C	26. B	27. D	28.D	29. A	30. A	31. B	32. B

33. C	34. A	35. B	36. D	37. C	38. A	39. C	40. B
41. C	42. D	43. C	44. D	45. C	46. B	47. B	48. D
49. A	50. B	51. A	52. A	53. D	54. D	55. C	56. B
57. A	58. D	59. C	60. B	61. A	62. C	63. C	64. B

題解

6. 2、3 和 5 都是質數。

54. $\dfrac{\text{陰影部份面積}}{\text{箭靶面積}} = (\dfrac{a}{3a})^2 = \dfrac{1}{9}$,

$\therefore$ 概率 $= \dfrac{9-1}{9} = \dfrac{8}{9}$

55. 設 x = 球的總數。$\dfrac{x-20}{x} = \dfrac{4}{9}$, $9x - 180 = 4x$, $\therefore x = 36$

57. 球的總數 $= 18 \div (1 - \dfrac{1}{10} - \dfrac{3}{5}) = 18 \div \dfrac{3}{10} = 60$,

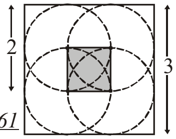
$\therefore$ 相差 $= 60 \times (\dfrac{3}{10} - \dfrac{1}{10}) = 12$

58. 硬幣的總數 $= 12 \div (1 - \dfrac{3}{4}) = 48$

59. 期望值 $= 1 \times \dfrac{1}{6} + 2 \times \dfrac{1}{6} + 3 \times \dfrac{1}{6} + 4 \times \dfrac{1}{6} + 5 \times \dfrac{1}{6} + 6 \times \dfrac{1}{6} = 3.5$

61. 若硬幣的圓心命中中央邊長為 (3 – 1 – 1) = 1 cm 的正方形內，則參加者便可勝出。

$\therefore$ 概率 $= \dfrac{1 \times 1}{3 \times 3} = \dfrac{1}{9}$



Q.61

62. 設 A 的位置是固定的，可得所有可能事件：

A B D C	A B C D	A C D B	A C B D	A D C B	A D B C

$\therefore$ 概率 $= \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

63. 所有可能事件：(3, 5, 7), (3, 5, 9), (3, 7, 9), (5, 7, 9)
符合事件的結果：(3, 5, 7), (3, 7, 9), (5, 7, 9)

$\therefore$ 概率 $= \dfrac{3}{4}$

64. 若在區域 AB 和 CD 剪開繩子，則較長部份便會比較短部份最少超過 30 cm。

$\therefore$ 概率 $= \dfrac{10+10}{50} = \dfrac{2}{5}$

單元 16 集中趨勢的量度

1. C	2. B	3. B	4. A	5. D	6. D	7. C	8. C
9. D	10. D	11. B	12. A	13. C	14. D	15. A	16. B
17. D	18. C	19. A	20. D	21. D	22. D	23. A	24. A
25. D	26. B	27. C	28.C	29. D	30. B	31. B	32. A
33. D	34. D	35. C	36. D	37. B	38. A	39. A	40. D
41. D	42. D	43. D	44. B	45. C	46. B	47. A	48. B
49. B	50. C	51. C	52. D	53. A	54. B	55. B	56. A
57. D	58. A	59. C	60. A	61. D	62. B	63. C	64. C

題解

6. $8\times15+12n=9.5(15+n)$，$120+12n=142.5+9.5n$, $\therefore n=9$

7. $a+b+c+d=18\times4=72$,

$\therefore$ 平均數 $=\dfrac{(2a+1)+(b-4)+(c-5)+(9-a)+(d+7)}{5}$

$=\dfrac{(a+b+c+d+e)+8}{5}=\dfrac{72+8}{5}=16$

8. $nm-7-12-23=m(n-3)$, $nm-42=nm-3m$, $\therefore m=14$

9. 原來的平均數 $=(28+35+19+44+24)\div5=150\div5=30$。
設 x 為所需加入的數。
$\dfrac{150+x}{6}=30(1+20\%)$，$150+x=36\times6$，$\therefore x=66$

14. 現在的平均年齡 $=\dfrac{(18+6)\times16-27}{15}=23.8$

15. 設 x = 男士人數，y = 女士人數。$178x+158y=165.5(x+y)$,
$12.5x=7.5y$, $\dfrac{y}{x}=\dfrac{12.5}{7.5}=\dfrac{5}{3}$, $\therefore x:y=5:3$

18 重新排列數據：$\dfrac{3k}{5}$, $\dfrac{2k}{3}$, $\dfrac{5k}{7}$, $\dfrac{3k}{4}$, $\dfrac{5k}{6}$;
$\therefore \dfrac{5k}{7}=15$, $k=21$

20. $\because$ x 的大小及正負號都不知道，$\therefore$ 不能確定中位數。

21. x 可以是 5, 6, 7, 8。

23. $\because \dfrac{8+10}{2}=9$，$\therefore$ a 必定排列於 10 之後，$\therefore$ $a\geq10$, 即 $a>9$

25. $\because$ 6 和 7 都小於中位數 8，$\therefore$ 有以下兩種情況：
(1) $p-7$ 和 $p-2$ 是中間 2 個數，則
$\dfrac{(p-7)+(p-2)}{2}=8$，$2p-9$, $p=12.5$

(2) 7 和 $p-2$ 是中間 2 個數，則

$$\frac{7+(p-2)}{2}=8,\ p+5=16,\ p=11$$

∵ p 是整數，∴ $p=11$

33. 舉例來說，原來的數組可以是 $-1, -1, 1, 1, x, x, x$。

若把數組中每個數平方，新的數組是 $1, 1, 1, 1, x^2, x^2, x^2$。

∵ 眾數有可能改變，∴ 不能確定新的眾數。

35. 平均數 $=\dfrac{3^{4x+1}+9^{2x+1}+81^{x+1}}{3}=\dfrac{3^{4x+1}+3^{4x+2}+3^{4x+4}}{3}$

$$=\frac{3^{4x+1}(1+3+3^3)}{3}=3^{4x}\cdot 31$$

40. 若平均數、眾數和中位數都是負數，它們都會在乘以 -3 時增加。

43. ∵ 眾數 $=15$, ∴ $a=15$。$13+15+15+b+19+22=17\times 6$,

∴ $b=102-84=18$

44. ∵ 中位數 $=10$, ∴ $c=10$。∵ 眾數 $=8$, ∴ $a=b=8$。

$8+8+10+d+e=10\times 5$, $d+e=24$, 但 d 和 e 必須是大於 10 的不同整數值，∴ $d=11, e=13$

45. $a=18\times 4\times\dfrac{2}{2+5+2+3}=72\times\dfrac{1}{6}=12$

46. 設 $a=2k,\ b=5k,\ c=2k,\ d=3k$。

$\dfrac{2k+3k}{2}=35$, $5k=70$, $k=14$, ∴ $d=3(14)=42$

47. $2+x+y+17=9\times 4$, $x+y=17$ ……(1);

$2\times 5+3x+6y+17\times 6=9.8(5+3+6+6)$, $3x+6y=84$ ……(2);

解 (1) 和 (2)，我們得 $x=6$，$y=11$。

48. $6\times 18+7\times 24+8k+9\times 20+10\times 13=7.86(18+24+k+20+13)$,

$8k+586=7.86(k+75)$, $8k-7.86k=589.5-586$, ∴ $k=25$

49. k 的最小可能值 $=(18+24-20-13)+1=10$

61. 第 I 組和第 III 組數據的分佈平均，但在第 II 組數據中，「20」是極端數據。

64. ∵ $x+y=2a$, $y+z=2b$, $x+z=2c$,

∴ $(x+y)+(y+z)+(x+z)=2a+2b+2c$,

$2(x+y+z)=2(a+b+c)$, $x+y+z=a+b+c$,

∴ 平均數 $=\dfrac{x+y+z}{3}=\dfrac{a+b+c}{3}$